

Lección 9: Expansiones decimales de fracciones, Parte 1

Trabajo en Clase

Ejercicios iniciales 1–2

1. a. Sabemos que la fracción $\frac{5}{8}$ puede expresarse como un decimal finito gracias a que su denominador es un producto de 2s.
¿Qué potencia de 10 nos permitirá escribir la fracción fácilmente como un decimal? Explica tu respuesta.

b. Escribe la fracción equivalente usando la potencia de 10.

2. a. Sabemos que la fracción $\frac{17}{125}$ puede expresarse como un decimal finito gracias a que su denominador es un producto de 5s.
¿Qué potencia de 10 nos permitirá escribir la fracción fácilmente como un decimal? Explica tu respuesta.

b. Escribe la fracción equivalente usando la potencia de 10.

Ejemplo 1

Escribe la expansión decimal de la fracción $\frac{5}{8}$.

Ejemplo 2

Escribe la expansión decimal de la fracción $\frac{17}{125}$.

Ejemplo 3

Escribe la expansión decimal de la fracción $\frac{35}{11}$.

Ejemplo 4

Escribe la expansión decimal de la fracción $\frac{6}{7}$.

Ejercicios 3–5

3. a. Elige una potencia de diez para usar para convertir esta fracción en un decimal: $\frac{4}{13}$. Explica tu decisión.

b. Determina la expansión decimal de $\frac{4}{13}$ y comprueba que estás en lo correcto usando una calculadora.

4. Escribe la expansión decimal de $\frac{1}{11}$. Verifica que estás en lo correcto usando una calculadora.

5. Escribe la expansión decimal de $\frac{19}{21}$. Verifica que estás en lo correcto usando una calculadora.

Resumen de la Lección

Multiplicar el numerador y denominador de una fracción por la misma potencia de 10 para determinar su expansión decimal es similar a incluir ceros adicionales a la derecha de un decimal al usar el algoritmo de división larga. El método de multiplicar por una potencia de 10 reduce el trabajo a división de números enteros.

Ejemplo: Sabemos que la fracción $\frac{5}{3}$ tiene una expansión decimal infinita gracias a que el denominador no es un producto de 2s y/o 5s. Su expansión decimal se encuentra mediante el siguiente procedimiento:

$$\begin{aligned}\frac{5}{3} &= \frac{5 \times 10^2}{3} \times \frac{1}{10^2} \\ &= \frac{166 \times 3 + 2}{3} \times \frac{1}{10^2} \\ &= \left(\frac{166 \times 3}{3} + \frac{2}{3} \right) \times \frac{1}{10^2} \\ &= \left(166 + \frac{2}{3} \right) \times \frac{1}{10^2} \\ &= \frac{166}{10^2} + \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{10^2} \right) \\ &= 1.66 + \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{10^2} \right) \\ &= 166 \times \frac{1}{10^2} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{10^2}\end{aligned}$$

Multiplica el numerador y denominador por 10^2

Reescribe el numerador como un producto de un número multiplicado por el denominador

Reescribe el primer término como una suma de fracciones con el mismo denominador

Simplifica

Usa la propiedad distributiva

Simplifica

Simplifica el primer término usando lo que sabes sobre el valor posicional

Nota que el valor del resto, $\left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{10^2} \right) = \frac{2}{300} = 0.006$, es bastante pequeño y no agrega mucho valor al número.

Por lo tanto, 1.66 es un buen cálculo del valor del decimal infinito para la fracción $\frac{5}{3}$.

Conjunto de Problemas

- Elige una potencia de diez para usar para convertir esta fracción en un decimal: $\frac{4}{11}$. Explica tu decisión.
 - Determina la expansión decimal de $\frac{4}{11}$ y comprueba que estás en lo correcto usando una calculadora.
- Escribe la expansión decimal de $\frac{5}{13}$. Verifica que estás en lo correcto usando una calculadora.
- Escribe la expansión decimal de $\frac{23}{39}$. Verifica que estás en lo correcto usando una calculadora.

4. Tamer escribió la expansión decimal de $\frac{3}{7}$ como 0.418571, pero cuando la comprobó en una calculadora resultó ser 0.428571. Identifica su error y explica lo que hizo mal.

$$\begin{aligned}\frac{3}{7} &= \frac{3 \times 10^6}{7} \times \frac{1}{10^6} \\ &= \frac{3000000}{7} \times \frac{1}{10^6} \\ 3,000,000 &= 418,571 \times 7 + 3\end{aligned}$$
$$\begin{aligned}\frac{3}{7} &= \frac{418571 \times 7 + 3}{7} \times \frac{1}{10^6} \\ &= \left(\frac{418571 \times 7}{7} + \frac{3}{7} \right) \times \frac{1}{10^6} \\ &= \left(418571 + \frac{3}{7} \right) \times \frac{1}{10^6} \\ &= 418,571 \times \frac{1}{10^6} + \left(\frac{3}{7} \times \frac{1}{10^6} \right) \\ &= \frac{418571}{10^6} + \left(\frac{3}{7} \times \frac{1}{10^6} \right) \\ &= 0.418571 + \left(\frac{3}{7} \times \frac{1}{10^6} \right)\end{aligned}$$

5. Dado que $\frac{6}{7} = 0.857142 + \left(\frac{6}{7} \times \frac{1}{10^6} \right)$. Explica por qué 0.857142 es un buen estimado de $\frac{6}{7}$.