

Lección 12: Expansiones decimales de fracciones, Parte 2

Trabajo en Clase

Ejemplo 1

Escribe la expansión decimal de $\frac{35}{11}$.

Ejercicios 1–3

1. Usa aproximación racional para determinar la expansión decimal de $\frac{5}{3}$.

2. Usa aproximación racional para determinar la expansión decimal de $\frac{5}{11}$.

3. a. Determina la expansión decimal del número $\frac{23}{99}$ usando aproximación racional y división larga.

- b. ¿Qué notas al comparar una aproximación racional con una división larga?

Resumen de la Lección

El método de aproximación racional que se usó antes para escribir la expansión decimal de números irracionales también puede usarse para escribir la expansión decimal de fracciones (números racionales).

Al usarse con números racionales no hay necesidad de adivinar y comprobar para determinar el intervalo de décimas, centésimas, milésimas, etc. en que está posicionado un número. En vez de eso, es posible usar cálculos para determinar entre cuáles dos enteros consecutivos, m y $m + 1$, estaría posicionado un número para un valor posicional determinado. Por ejemplo, para determinar la posición de la fracción $\frac{1}{8}$ en el intervalo de décimas, calcula usando la siguiente desigualdad:

$$\begin{array}{ll} \frac{m}{10} < \frac{1}{8} < \frac{m+1}{10} & \text{Usa el denominador de 10 debido a nuestra necesidad de encontrar las décimas de} \\ m < \frac{10}{8} < m+1 & \text{dígito de } \frac{1}{8} \\ m < 1\frac{1}{4} < m+1 & \text{Multiplica por 10} \\ & \text{Simplifica la fracción } \frac{10}{8} \end{array}$$

La última desigualdad implica que $m = 1$ y $m + 1 = 2$, ya que $1 < 1\frac{1}{4} < 2$. Luego el dígito de décimas de la expansión decimal de $\frac{1}{8}$ es 1.

Luego, encuentra la diferencia entre el número $\frac{1}{8}$ y el valor de décimas conocido, $\frac{1}{10}$, es decir, $\frac{1}{8} - \frac{1}{10} = \frac{2}{80} = \frac{1}{40}$.

Usa la desigualdad nuevamente, esta vez con $\frac{1}{40}$, para determinar el dígito de centésimas de la expansión decimal de $\frac{1}{8}$.

$$\begin{array}{ll} \frac{m}{100} < \frac{1}{40} < \frac{m+1}{100} & \text{Usa el denominador de 100 debido a nuestra necesidad de encontrar las} \\ m < \frac{100}{40} < m+1 & \text{centésimas de dígito de } \frac{1}{8} \\ m < 2\frac{1}{2} < m+1 & \text{Multiplica por 100} \\ & \text{Simplifica la fracción } \frac{100}{40} \end{array}$$

La última desigualdad implica que $m = 2$ y $m + 1 = 3$, ya que $2 < 2\frac{1}{2} < 3$. Luego el dígito de centésimas de la expansión decimal de $\frac{1}{8}$ es 2.

Continúa el proceso hasta que la expansión decimal esté completa o notes un patrón de dígitos periódicos.

Conjunto de problemas

1. Explica por qué el dígito de décimas de $\frac{3}{11}$ es 2, usando una aproximación racional.

2. Usa aproximación racional para determinar la expansión decimal de $\frac{25}{9}$.
3. Usa aproximación racional para determinar la expansión decimal de $\frac{11}{41}$ hasta por lo menos 5 dígitos.
4. Usa aproximación racional para determinar el número que es mayor, $\sqrt{10}$ o $\frac{28}{9}$.
5. Sam asegura que $\frac{7}{11} = 0.63$, y Jaylen dice que $\frac{7}{11} = 0.636$. ¿Quién está en lo correcto? ¿Por qué?