

Lección 7: Decimales infinitos

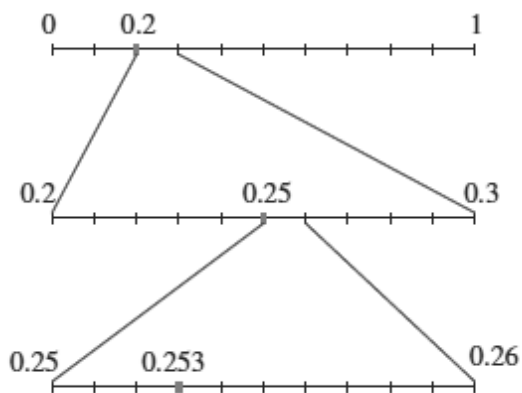
Trabajo en Clase

Ejercicios iniciales 1–4

1. Escribe la forma expandida del decimal 0.3765 usando las potencias de 10.
2. Escribe la forma expandida del decimal 0.3333333 ... usando las potencias de 10.
3. ¿Qué es un decimal infinito? Proporciona un ejemplo.
4. ¿Crees que es aceptable escribir que $1 = 0.99999 \dots$? ¿Por qué sí o por qué no?

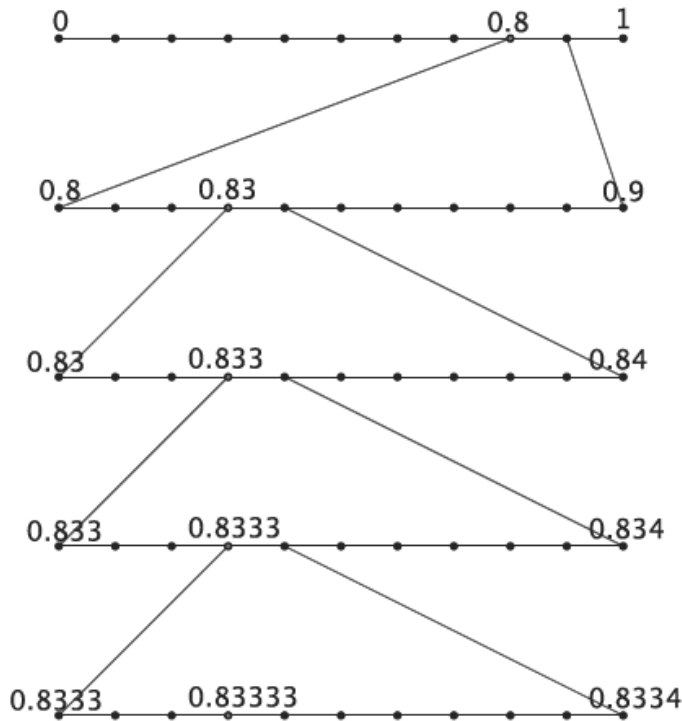
Ejemplo 1

El número 0.253 en la recta numérica:



Ejemplo 2

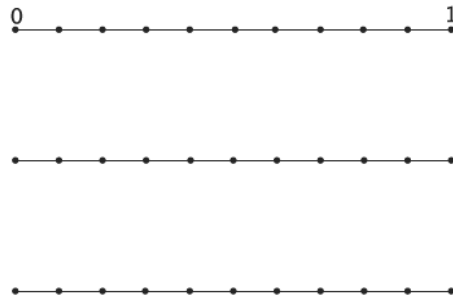
El número $\frac{5}{6} = 0.833333 \dots = 0.8\overline{3}$ en la recta numérica:



Ejercicios 5–10

5. a. Escribe la forma expandida del decimal 0.125 usando las potencias de 10.

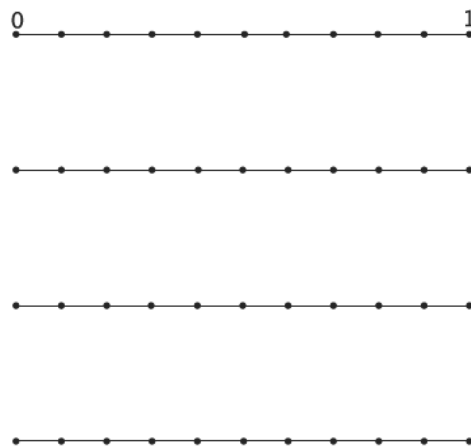
b. Demuestra la representación del decimal 0.125 en la recta numérica.



c. ¿El decimal es finito o infinito? ¿Cómo lo sabes?

6. a. Escribe la forma expandida del decimal 0.3875 usando las potencias de 10.

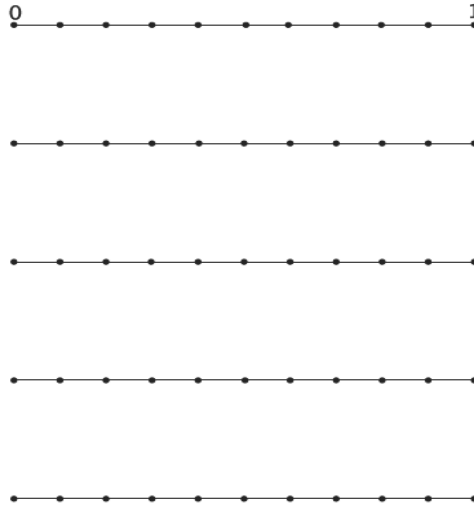
b. Demuestra la representación del decimal 0.3875 en la recta numérica.



c. ¿El decimal es finito o infinito? ¿Cómo lo sabes?

7. a. Escribe la forma expandida del decimal $0.777777 \dots$ usando las potencias de 10.

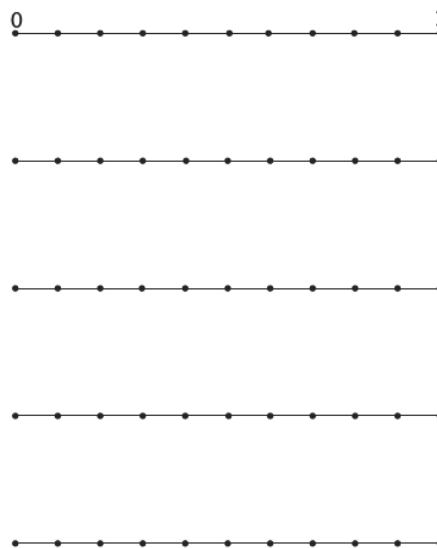
b. Demuestra la representación del decimal $0.777777 \dots$ en la recta numérica.



c. ¿El decimal es finito o infinito? ¿Cómo lo sabes?

8. a. Escribe la forma expandida del decimal $0.\overline{45}$ usando las potencias de 10.

b. Demuestra la representación del decimal $0.\overline{45}$ en la recta numérica.



c. ¿El decimal es finito o infinito? ¿Cómo lo sabes?

9. Ordena los siguientes números del menor al mayor: 2.121212, 2.1, 2.2, y $2.\overline{12}$.

10. Explica cómo supiste en qué orden colocar los números.

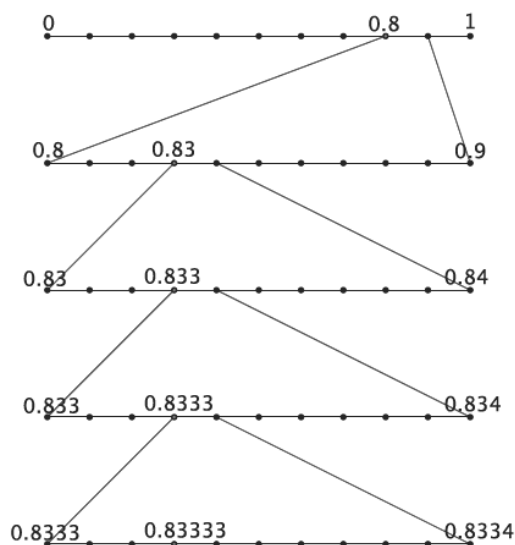
Resumen de la Lección

Un decimal infinito es un decimal cuya forma expandida y representación de recta numérica son infinitos.

Ejemplo:

La forma expandida del decimal $0.83333 \dots$ es $0.8\bar{3} = \frac{8}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \frac{3}{10^4} + \dots$.

El número está representado en la siguiente recta numérica. Cada línea nueva es una magnificación del intervalo de muestra sobre ella. Por ejemplo, la primera línea es la unidad de 0 hasta 1 dividida en 10 partes iguales o décimas. La segunda línea es el intervalo de 0.8 hasta 0.9 dividido en diez partes iguales o centésimas. La tercera línea es el intervalo de 0.83 hasta 0.84 dividido en diez partes iguales o milésimas, y así sucesivamente.

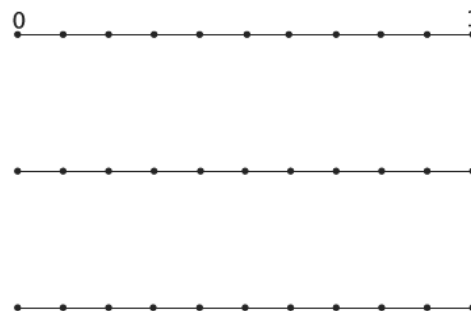


Con cada línea nueva estamos representando un valor cada vez más pequeño del número, tan pequeño que la cantidad se aproxima a un valor de 0. Considera la 20a línea de la imagen anterior. Estaríamos agregando $\frac{3}{10^{20}}$ al valor del número, que es 0.00000000000000000003. Debe quedar claro que $\frac{3}{10^{20}}$ es un número muy pequeño y está bastante cerca de un valor de 0.

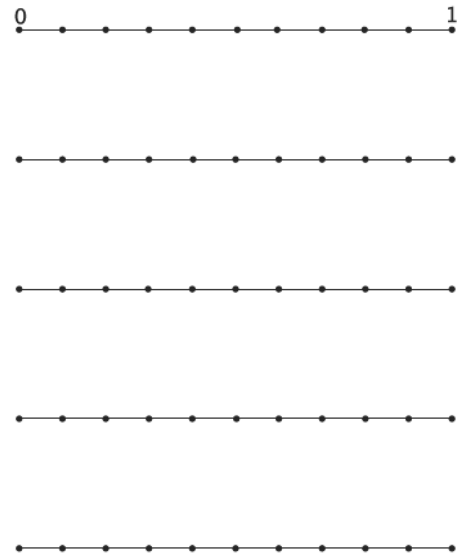
Este razonamiento es lo que usamos para explicar por qué el valor del decimal infinito $0.\bar{9}$ es 1.

Conjunto de problemas

1.
 - a. Escribe la forma expandida del decimal 0.625 usando las potencias de 10.
 - b. Demuestra la representación del decimal 0.625 en la recta numérica.
 - c. ¿El decimal es finito o infinito? ¿Cómo lo sabes?



2. a. Escribe la forma expandida del decimal $0.\overline{370}$ usando las potencias de 10.
- b. Demuestra la representación del decimal $0.370370 \dots$ en la recta numérica.
- c. ¿El decimal es finito o infinito? ¿Cómo lo sabes?



3. ¿Cuál es una representación más precisa del número $\frac{2}{3}$; 0.6666 o $0.\overline{6}$? Explica tu respuesta. ¿Con cuál preferirías hacer tus cálculos?
4. Explica por qué acortamos decimales infinitos a decimales finitos para realizar operaciones. Explica el efecto de acortar un decimal infinito en nuestras respuestas.
5. Un compañero de clase se perdió la conversación sobre por qué $0.\overline{9} = 1$. Convince a tu compañero de clase de que esta igualdad es válida.
6. Explica por qué $0.3333 < 0.3333\dots$.