Lección 11: La expansión decimal de algunos números irracionales

Trabajo en Clase

Ejercicio inicial

Coloca $\sqrt{28}$ en una recta numérica. ¿A qué decimal crees que $\sqrt{28}$ es igual? Justifica tu respuesta.

Ejemplo 1

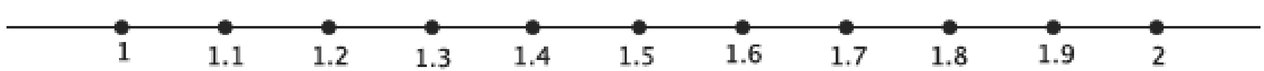
Recuerda la desigualdad básica:

Supongamos que c y d son dos números positivos, y n es un número entero positivo. Entonces $c < d$ solamente si $c^n < d^n$.

Escribe la expansión decimal de $\sqrt{3}$.

Primera aproximación:

Segunda aproximación:



Tercera aproximación:

©2014 Common Core, Inc. Algunos derechos reservados. commoncore.org

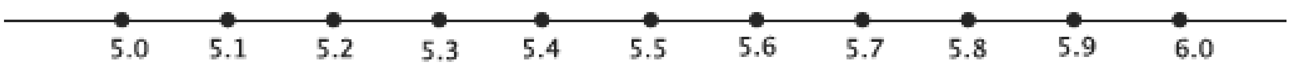
BY-NC-SA Esta obra cuenta con una licencia Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Unported License.

Ejemplo 2

Escribe la expansión decimal de $\sqrt{28}$.

Primera aproximación:

Segunda aproximación:



Tercera aproximación:

Cuarta aproximación:

©2014 Common Core, Inc. Algunos derechos reservados. commoncore.org
BY-NC-SA
Esta obra cuenta con una licencia
Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Unported License.

Ejercicio 2

¿Entre cuál intervalo de centésimos se ubicaría $\sqrt{14}$? Muestra tu trabajo.

©2014 Common Core, Inc. Algunos derechos reservados. commoncore.org
Esta obra cuenta con una licencia
Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Unported License.

Resumen de la Lección

Para obtener la expansión decimal de una raíz cuadrada de un cuadrado imperfecto debes usar el método de aproximación racional. Una aproximación racional es un método de emplea una secuencia de números racionales para aproximarse cada vez más a un número determinado para calcular el valor del número. El método requiere que investigues el tamaño del número al analizar su valor para potencias cada vez más pequeñas de 10 (es decir, décimas, centésimas, milésimas, etcétera). Si $\sqrt{22}$ no es un cuadrado perfecto, usaríamos la aproximación racional para determinar su expansión decimal.

Ejemplo:

Comienza por determinar los dos enteros en que radicaría el número.
$\sqrt{22}$ está entre los enteros 4 y 5 ya que $4^2 < \left(\sqrt{22}\right)^2 < 5^2$, que es igual a $16 < 22 < 25$.

Ahora determina el intervalo de décimas al que pertenece el número.
$\sqrt{22}$ está entre 4.6 y 4.7 ya que $4.6^2 < \left(\sqrt{22}\right)^2 < 4.7^2$, que es igual a $21.16 < 22 < 22.09$.

Ahora determina el intervalo de centésimas al que pertenece el número.
$\sqrt{22}$ está entre 4.69 y 4.70 ya que $4.69^2 < \left(\sqrt{22}\right)^2 < 4.70^2$, que es igual a $21.9961 < 22 < 22.09$.

Un buen cálculo del valor de $\sqrt{22}$ es 4.69 ya que 22 se aproxima más a 21.9961 que a 22.09.

Ten en cuenta que con cada paso nos aproximamos cada vez más al valor real, 22. Este proceso puede continuar usando intervalos de milésimos, diezmilésimos, etc.

Cualquier número que no sea posible expresar como número racional se conoce como *número irracional*. Los números irracionales son los números con expansiones decimales que son infinitos y no tienen un bloque de dígitos que se repiten.

Conjunto de problemas

1. Usa el método de aproximación racional para determinar la expansión decimal de $\sqrt{84}$. Determina el intervalo de centésimas en donde radicaría.

2. Obtén una aproximación de dígito decimal 3 del número $\sqrt{34}$.

3. Escribe la expansión decimal de $\sqrt{47}$ por lo menos hasta 2 dígitos decimales.

4. Escribe la expansión decimal de $\sqrt{46}$ por lo menos hasta 2 dígitos decimales.

©2014 Common Core, Inc. Algunos derechos reservados. commoncore.org
BY-NC-SA
Esta obra cuenta con una licencia
Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Unported License.

5. Explica cómo mejorar la precisión de la expansión decimal de un número irracional.

6. ¿El número $\sqrt{125}$ es racional o irracional? Explica tu respuesta.

7. ¿El número $0.646464646\ldots$ es racional o irracional? Explica tu respuesta.

8. ¿El número $3.741657387\ldots$ es racional o irracional? Explica tu respuesta.

9. ¿El número $\sqrt{99}$ es racional o irracional? Explica tu respuesta.

10. Desafío: Obtén una aproximación de dígito decimal 2 del número $\sqrt[3]{9}$.

©2014 Common Core, Inc. Algunos derechos reservados. commoncore.org

BY-NC-SA

Esta obra cuenta con una licencia
Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Unported License.