Lección 10: Conversión de decimales periódicos a fracciones

Trabajo en Clase

Ejemplo 1

Encuentra la fracción que es igual al decimal infinito $0.\overline{81}$.

Ejercicios 1–2

1. a. $x = 0.\overline{123}$. Explica por qué multiplicar ambos lados de esta ecuación por 10^3 nos ayudará a determinar la representación fraccional de x.

b. Después de multiplicar ambos lados de la ecuación por 10^3, , reescribe la ecuación resultante al hacer una sustitución que ayudará a determinar el valor fraccional de x.. Explica cómo pudiste hacer la sustitución.

c. Resuelve la ecuación para determinar el valor de x..

d. ¿Es razonable tu respuesta? Comprueba tu respuesta usando una calculadora.

2. Encuentra la fracción que es igual a $0.\overline{4}$. Comprueba que estás en lo correcto usando una calculadora.

Ejemplo 2

Encuentra la fracción que es igual al decimal infinito $2.13\overline{8}$.

Ejercicios 3–4

3. Encuentra la fracción que es igual a $1.6\overline{23}$. Comprueba que estás en lo correcto usando una calculadora.

4. Encuentra la fracción que es igual a $2.9\overline{60}$. Comprueba que estás en lo correcto usando una calculadora.

Resumen de la Lección

Los números con expansiones decimales periódicas son números racionales y es posible convertirlos a fracciones usando una ecuación linear.

Ejemplo: Encuentra la fracción que es igual al número $0.\overline{567}$.

Supongamos que x representa el decimal infinito $0.\overline{567}$.

$\mathbf{x = 0.\overline{567}}$	
$\mathbf{10^3 x = 10^3(0.\overline{567})}$	Multiplica por $\mathbf{10^3}$ ya que hay $\mathbf{3}$ dígitos periódicos
$\mathbf{1000x = 567.\overline{567}}$	Simplifica
$\mathbf{1000x = 567 + 0.\overline{567}}$	Por suma
$\mathbf{1000x = 567 + x}$	Por sustitución; $\mathbf{x = 0.\overline{567}}$
$\mathbf{1000x - x = 567 + x - x}$	Propiedad de igualdad de la resta
$\mathbf{999x = 567}$	Simplifica
$\mathbf{\frac{999}{999}x = \frac{567}{999}}$	Propiedad de igualdad de la división
$\mathbf{x = \frac{567}{999} = \frac{63}{111}}$	Simplifica

Es posible que sea necesario emplear este proceso más de una vez cuando los dígitos periódicos no empiezan inmediatamente después del decimal. Para números como $1.2\overline{6}$, por ejemplo.

Los números irracionales son números que no son racionales. Tienen decimales infinitos que no se repiten y no es posible representarlos como fracción.

Conjunto de problemas

1. a. $x = 0.\overline{631}$. Explica por qué multiplicar ambos lados de esta ecuación por 10^3 nos ayudará a determinar la representación fraccional de x.

   b. Después de multiplicar ambos lados de la ecuación por 10^3, reescribe la ecuación resultante al hacer una sustitución que ayudará a determinar el valor fraccional de x. Explica cómo pudiste hacer la sustitución.

   c. Resuelve la ecuación para determinar el valor de x.

   d. ¿Es razonable tu respuesta? Comprueba tu respuesta usando una calculadora.

2. Encuentra la fracción que es igual a $3.40\overline{8}$. Comprueba que estás en lo correcto usando una calculadora.

3. Encuentra la fracción que es igual a $0.\overline{5923}$. Comprueba que estás en lo correcto usando una calculadora.

4. Encuentra la fracción que es igual a $2.3\overline{82}$. Comprueba que estás en lo correcto usando una calculadora.

5. Encuentra la fracción que es igual a $0.\overline{714285}$. Comprueba que estás en lo correcto usando una calculadora.

6. Explica por qué un decimal infinito que no es un decimal periódico no puede ser racional.

7. En una lección anterior estábamos convencidos de que es aceptable escribir $0.\overline{9} = 1$. Usa lo que aprendiste hoy para mostrar que es verdadero.

8. Analiza los siguientes decimales periódicos infinitos y sus equivalentes de fracción. ¿Qué notas? ¿Por qué piensas que lo que observaste es verdadero?

$$0.\overline{81} = \frac{81}{99} \qquad 0.\overline{4} = \frac{4}{9} \qquad 0.\overline{123} = \frac{123}{999} \qquad 0.\overline{60} = \frac{60}{99} \qquad 0.\overline{9} = 1.0$$