

Lección 7: Cálculo de probabilidades de eventos compuestos

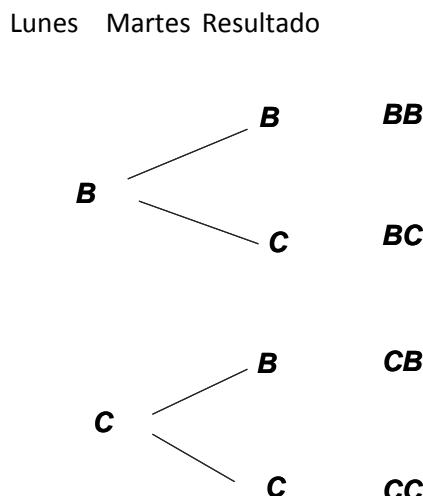
Una lección anterior introdujo los *diagramas de árbol* como un método efectivo para mostrar los posibles resultados de ciertos experimentos aleatorios de varias etapas. Además, en dichas situaciones, tres diagramas de árbol se mostraron para ayudar en el cálculo de probabilidades.

En los ejemplos anteriores los diagramas se concentraron principalmente en casos con dos etapas. Sin embargo, los principios básicos de los diagramas de árbol pueden aplicar para situaciones con más de dos etapas.

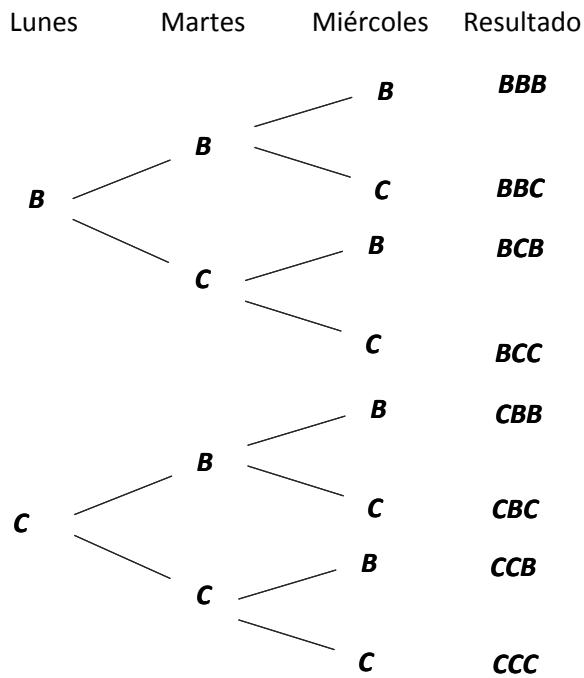
Trabajo en Clase

Ejemplo 1: Tres noches de juegos

Recuerda un ejemplo anterior en el que una familia decide jugar un juego todas las noches, y todos aceptan usar un dado de cuatro lados en forma de pirámide (en donde cada uno de los cuatro posibles resultados son igualmente probables) cada noche para decidir al azar si el juego será un juego de mesa (*B*) o un juego de cartas (*C*). El diagrama de árbol de los posibles resultados generales para dos noches consecutivas fue el siguiente:



¿Pero cómo podría cambiar el diagrama si estuvieras interesado en demostrar los posibles resultados generales en tres noches consecutivas? Para dar cabida a esta “tercera etapa” adicional, tomarías pasos similares a lo que hiciste antes. Agregas todas las posibilidades para la tercera etapa (miércoles) a cada rama de la etapa anterior (martes).



Ejercicios 1–3

- Si “*BBB*” representa tres noches consecutivas de juegos de mesa, ¿qué representa “*CBB*”?
- Menciona todos los resultados en donde se jugaron exactamente dos juegos de mesa en un espacio de tres días. ¿Cuántos resultados obtuviste?
- Hay ocho posibles resultados que representan las tres noches. ¿Los ocho resultados que representan las tres noches son igualmente probables? ¿Por qué sí o por qué no?

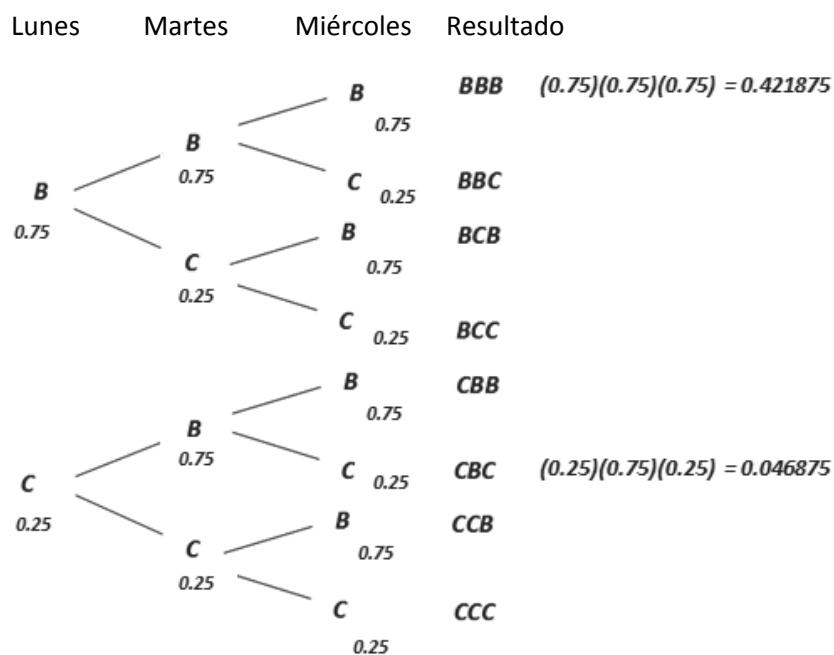
Ejemplo 2: Tres noches de juegos (con probabilidades)

En el ejemplo anterior, el resultado de cada noche es el resultado de un experimento aleatorio (tirar el dado de cuatro lados). Por lo tanto, hay una probabilidad asociada con el resultado de cada noche.

Puedes obtener la probabilidad para cada “rama del árbol” al multiplicar las probabilidades de los resultados en cada etapa. En este caso podemos averiguar la probabilidad de cada uno de nuestros ocho resultados.

Para esta familia se jugará un juego de cartas si el dado cae mostrando un valor de 1, y se jugará un juego de mesa si el dado cae mostrando un valor de 2, 3 o 4. Esto hace que la probabilidad de un juego de mesa (*B*) en una noche determinada sea 0.75.

Usemos un árbol para analizar las probabilidades de los resultados para los tres días.

**Ejercicios 4–6**

4. Se muestran las probabilidades para dos de los ocho resultados. Calcula las probabilidades aproximadas para los seis resultados restantes.

5. ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente dos noches de juegos de mesa en el espacio de las tres noches?

6. ¿Cuál es la probabilidad de que la familia juegue por lo menos una noche de juegos de cartas?

Ejercicios 7–10 Tres niños

Una familia vecina recién dio la bienvenida a su tercer bebé. Resulta que los 3 hijos de esta familia son niñas y no son gemelas. Supongamos que para cada nacimiento la probabilidad del nacimiento de un niño es de 0.5, y la probabilidad del nacimiento una niña también es de 0.5. ¿Cuáles son las posibilidades de tener 3 niñas en los primeros 3 nacimientos de la familia?

7. Dibuja un diagrama de árbol demostrando los ocho posibles resultados de nacimientos para una familia con 3 hijos (sin gemelos). Usa el símbolo “B” para el resultado de “niño” y “G” para el resultado de “niña”. Considera al primer nacimiento como la “primer etapa”. (Consulta el Ejemplo 1 si necesitas ayuda para comenzar.)

8. Escribe las probabilidades de los resultados de cada etapa para el diagrama de árbol que desarrollaste arriba y determina las probabilidades para cada uno de los posibles resultados de nacimientos para una familia con 3 niños (sin gemelos).

9. ¿Cuál es la probabilidad de que una familia tenga 3 niñas en esta situación? ¿Eso es mayor o menor que la probabilidad de tener exactamente 2 niñas en 3 nacimientos?

10. ¿Cuál es la probabilidad de que una familia con 3 hijos tenga por lo menos 1 niña?

Resumen de la Lección

El uso de diagramas de árbol no está limitado a los casos de solo dos etapas. Para experimentos más complicados se usan diagramas de árbol para organizar los resultados y para asignar probabilidades. El diagrama de árbol es una representación visual de los resultados que involucran más de un evento.

Conjunto de Problemas

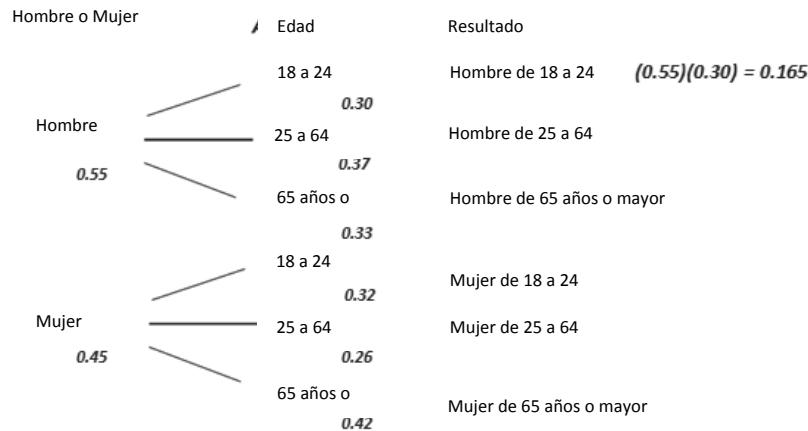
1. De acuerdo al sitio web de la Lotería de Washington, DC para su juego de rasca y gana instantáneo “Cherry Blossom Doubler”, la oportunidad de ganar un premio en un boleto determinado es de alrededor de 17%. Imagina que una persona se detiene en una tienda de conveniencia de camino a casa desde el trabajo todos los lunes, martes y miércoles para comprar un “rasca y gana” y jugar el juego.

(Fuente: <http://dclottery.com/games/scratchers/1223/cherry-blossom-doubler.aspx> consultado el 27 de mayo, 2013)

- a. Desarrolla un diagrama de árbol mostrando los ocho posibles resultados de jugar durante estos tres días. Llama “Lunes” a la etapa uno y usa los símbolos “W” para un boleto ganador y “L” para un boleto sin premio.
 - b. ¿Cuál es la probabilidad de que el jugador no gane el lunes pero sí gane el martes y miércoles?
 - c. ¿Cuál es la probabilidad de que el jugador ganará por lo menos una vez durante el periodo de 3 días?
2. Una empresa de encuestas está interesada en llevar a cabo una encuesta a nivel estatal antes de las próximas elecciones. Solamente están interesados en hablar con electores registrados.

Imagina que 55% de los electores registrados en el estado son hombres y 45% son mujeres. Además, considera que la distribución de edades podría ser diferente para cada grupo. En este estado, 30% de los electores registrados hombres tienen 18–24 años de edad, 37% tienen 25–64 años de edad, y 33% tienen 65 o son mayores. 32% de los electores registrados mujeres tienen 18–24 años de edad, 26% tienen 25–64 años de edad, y 42% tienen 65 o son mayores.

El siguiente diagrama de árbol describe la distribución de electores registrados. La probabilidad de seleccionar a un elector registrado varón de edad 18–24 es de 0.165.



- a. ¿Cuál es la probabilidad de que la empresa de encuestas seleccione un elector registrado mujer de 65 años o mayor?
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que la empresa de encuestas seleccione a cualquier elector registrado de 18–24 años de edad?