

Lección 8: Modelar un contexto a partir de una descripción verbal

Trabajo en clase

Ejemplo 1

Christine tiene \$500 para depositarlos en una cuenta de ahorro, y está intentando decidir entre dos bancos. El banco A ofrece un interés anual del 10% compuesto trimestralmente. En lugar de intereses compuestos para cuentas más pequeñas, el banco B ofrece añadir \$15 trimestralmente a cualquier cuenta con un saldo menor a \$1000 todos los trimestres, siempre que no se hagan retiros. Christine decidió que no va a hacer retiros ni depósitos por un número de años.

Desarrolla un modelo que ayude a Christine a decidir qué banco usar.

Ejemplo 2

Alex diseñó una nueva tabla de snowboard. Él quiere comercializarla y obtener ganancias. El costo inicial de fabricación, publicidad, etc. es de \$500,000, y los materiales para hacer las tablas de snowboard cuestan \$100 por tabla.

La función de la demanda para vender una tabla de snowboard similar es: $D(p) = 50,000 - 100p$, en donde p = precio de venta de cada tabla de snowboard.

- a. Escribe una expresión para cada uno de los siguientes. p representa el precio de venta:

Función de la demanda (número de unidades que se venderán)

Ingresos (número de unidades que se venderán, precio por unidad, p)

Costo total (el costo de producir las tablas de snowboard)

- b. Escribe una expresión para representar las ganancias.
- c. ¿Cuál es el precio de venta de la tabla de snowboard que dará la mayor ganancia?
- d. ¿Cuál es la máxima ganancia que Alex puede recibir?

Ejercicios

Alvin acaba de cumplir 16 años. Su abuela le dijo que le daría \$10,000 para comprar cualquier auto que quisiera cuando él estuviera listo. Alvin quiere poder comprar el auto de sus sueños para cuando cumpla 21 años, y quiere un Avatar Z 2009 que podría comprar hoy por \$25,000. El auto se deprecia (su valor se reduce) a una tasa del 15% por año. Él quiere descubrir cuánto tiempo tomaría para que sus \$10,000 sean suficientes para comprar el auto sin hacer inversiones con el.

1. Escribe la función que modela el valor depreciado del auto después de n número de años.

Después de n años	Valor del auto
1	
2	
3	
4	
5	
6	

- a. ¿Podrá comprar el auto cuando cumpla 21 años? Explica por qué sí o por qué no.
- b. Considerando la misma tasa de depreciación, ¿después de cuantos años el valor del auto será menor a \$5000?

- c. Si la misma tasa de depreciación continuara indefinidamente, ¿después de cuántos años el valor del auto sería de aproximadamente \$1?
2. Sophia planea invertir \$1000 en cada uno de tres bancos.
El banco A ofrece una tasa de interés anual del 12%, compuesto anualmente.
El banco B ofrece una tasa de interés anual del 12%, compuesto trimestralmente.
El banco C ofrece una tasa de interés anual del 12%, compuesto mensualmente.
- a. Escribe la función que describe el crecimiento de la inversión de cada banco en n años?
- b. ¿Cuánto tiempo le tomará duplicar su inversión inicial en cada banco? (Redondea al dólar entero más cercano).

Año	Banco A	Banco B	Banco C
Año 1			
Año 2			
Año 3			
Año 4			
Año 5			
Año 6			
Año 7			

- c. Sophia fue al banco D. El banco ofrece un programa “duplica tu dinero” con una inversión inicial de \$1000 en cinco años, compuesto anualmente. ¿Cuál es la tasa de interés anual del banco D?

Resumen de la lección

- Podemos usar el ciclo de modelado completo para resolver problemas del mundo real en el contexto de negocios y comercio (por ejemplo, interés compuesto, ingresos, ganancias y costo) y el incremento y decremento poblacional (por ejemplo, el crecimiento poblacional, el valor de depreciación y la vida media) para demostrar funciones lineales, exponenciales y cuadráticas descritas verbalmente usando gráficas, tablas o expresiones algebraicas para realizar una interpretación apropiada y tomar una decisión correcta.
- En ocasiones, una gráfica o una tabla es el mejor modelo para problemas que involucran ecuaciones de funciones complicadas.

Conjunto de problemas

- Maria invirtió \$10,000 en la bolsa de valores. Desafortunadamente, el valor de u inversión ha estado cayendo a una tasa promedio de 3% cada año.
 - Escribe la función que modele mejor la situación.
 - Si la tendencia continúa, ¿cuánto valdrá su inversión en 5 años?
(Para $n = 5$)
 - Dada la situación, ¿qué debería hacer ella con su inversión?
- La vida media del material radioactivo en *Z-Med*, un medicamento usado para ciertos tipos de terapia, es de 2 días. Un paciente recibe una dosis de 16 mCi (milicurios, una medida de la radiación) en su tratamiento. [La vida media se refiere a que el material radioactivo se descompone hasta el punto en el que solamente queda la mitad].
 - Haz una tabla para mostrar el nivel de *Z-Med* en el cuerpo del paciente después de n días.

Número de días	Nivel de <i>Z-Med</i> en el paciente
0	
2	
4	
6	
8	
10	

- Escribe una ecuación para $f(n)$ para modelar la vida media del *Z-Med* para n días. [Ten cuidado aquí. Asegúrate de que la fórmula funcione para números pares e impares de días].
- ¿Qué cantidad de material radioactivo del *Z-Med* queda en el cuerpo del paciente después de 20 días de recibir el medicamento?

3. Supongamos que se lleva a una isla desierta a un macho y una hembra de una cierta especie de animal. La población de esta especie se cuadruplica (se multiplica por 4) cada año. Vamos a asumir que los animales tienen un suministro abundante de alimento y que no hay depredadores en la isla.
- ¿Qué ecuación se puede usar para modelar el número de crías que producirán los animales?
 - ¿Cuál será la población de la especie después de 5 años?

Después de n años	Población
0	
1	
2	
3	
4	
5	

- Escribe una ecuación para encontrar cuántos años tomaría para que la población de animales sobrepasara 1 millón. Encuentra el número de años usando la ecuación o una tabla.
4. Los ingresos de una compañía en un mes determinado se representan como $R(x) = 1,500x - x^2$, y sus costos como $C(x) = 1,500 + 1,000x$. ¿Cuál es el precio de venta, x , del producto que podría reportarles las mayores ganancias? Muestra o explica tu respuesta.

Después de n años	Población
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	