

## Lección 4: Cálculo de Probabilidades Condicionales y Evaluación Independiente Utilizando Tablas de Dos Dimensiones

### Trabajo en clase

#### Ejercicios

En las lecciones anteriores, se utilizaron probabilidades condicionales para investigar si existe o no una relación entre dos eventos. Esta lección formaliza esta idea e introduce el concepto de independencia.

1. Varias preguntas se plantean a continuación. Cada pregunta es sobre una posible relación entre dos eventos. Para cada pregunta, identifica a los dos eventos e indica si piensas que habría o no una relación. Explica tu razonamiento.
  - a. ¿Los estudiantes de secundaria cuyos padres o tutores establecieron un toque de queda tienen menos probabilidades de recibir una multa de tránsito que los estudiantes cuyos padres o tutores no han establecido tal toque de queda?
  - b. ¿Las personas zurdas tienen más probabilidades de interesarse en las artes que las personas diestras?
  - c. ¿Los estudiantes que regularmente escuchan música clásica tienen más probabilidades de tener interés en las matemáticas que los estudiantes que no escuchan con regularidad música clásica?
  - d. ¿Las personas que juegan videojuegos más de **10** horas a la semana tienen más probabilidades de seleccionar al fútbol como su deporte favorito que las personas que no juegan videojuegos más de **10** horas a la semana?

Dos eventos son independientes cuando el saber que un evento ha ocurrido no cambia la probabilidad de que un segundo evento también haya ocurrido. ¿Cómo se pueden utilizar las probabilidades condicionales para saber si dos eventos son independientes o no son independientes?

Recordemos la tabla de frecuencias hipotética 1000 de dos dimensiones que se utilizó para clasificar a los estudiantes de la Secundaria Rufus King de acuerdo con su género y de acuerdo con su participación o no en el programa deportivo después de clases.

**Tabla 1**

Participación en el programa deportivo después de clases (Sí o No) por parte de mujeres y hombres

	Participación en el programa deportivo después de clases	Sin participación en el programa deportivo después de clases	Total
Mujeres			
Hombres			
Total			

2. Para cada una de las siguientes, indica si la probabilidad descrita se puede calcular utilizando los valores en la Tabla 1. También indica si es una probabilidad condicional o no.
  - a. La probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar participe en un programa deportivo después de clases.
  - b. La probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar sea mujer y que participe en el programa deportivo después de clases.
  - c. La probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar sea hombre y que participe en un programa deportivo después de clases.
3. Usa la Tabla 1 para calcular cada una de las probabilidades descritas en el Ejercicio 2.
  - a. La probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar participe en un programa deportivo después de clases.
  - b. La probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar sea mujer y que participe en el programa deportivo después de clases.

- c. La probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar sea hombre y que participe en un programa deportivo después de clases.
4. ¿Tu predicción de si un estudiante participa o no en el programa deportivo después de clases cambiaría si supieras el género del estudiante? Explica tu respuesta.

Dos eventos son *independientes* si el saber que un evento haya ocurrido no cambia la probabilidad de que otro evento se ocurra también. Por ejemplo, considera los siguientes dos eventos:

$F$ : el evento de que un estudiante seleccionado al azar sea mujer

$S$ : el evento de que un estudiante seleccionado al azar participe en el programa deportivo después de clases.

$F$  y  $S$  serían independientes si la probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar participe en el programa deportivo después de clases es igual a la probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar que participe en el programa deportivo después de clases sea mujer. Si este fuera el caso, el saber que un estudiante seleccionado al azar es mujer no cambia la probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar participe en el programa deportivo después de clases. Entonces  $F$  y  $S$  serían independientes.

5. Basándote en la definición de independencia, los eventos "*un estudiante seleccionado al azar es mujer y un estudiante seleccionado al azar participa en el programa deportivo después de clases*", ¿son independientes? Explícalo.
6. Un estudiante seleccionado al azar participa en el programa deportivo después de clases.
- a. ¿Cuál es la probabilidad de que este estudiante sea mujer?
- b. Usando solo tu respuesta de la parte (a), ¿Cuál es la probabilidad de que este estudiante sea hombre? Explica como llegaste a tu respuesta.

Considera los datos siguientes.

	En la familia ningún miembro fuma.	Al menos un miembro en la familia fuma	Total
Estudiantes que indican que tienen asma	<b>69</b>	<b>113</b>	<b>182</b>
Estudiantes que indican que no tienen asma	<b>473</b>	<b>282</b>	<b>755</b>
Total	<b>542</b>	<b>395</b>	<b>937</b>

7. Se te pide determinar si los dos eventos: *un estudiante seleccionado al azar tiene asma*, y *un estudiante seleccionado al azar tiene algún miembro en el hogar que fuma*, son independientes. ¿Qué probabilidades podrías calcular para contestar esta pregunta?
  
8. Calcula las probabilidades que describiste en el Ejercicio 7.
  
9. Basándote en las probabilidades que calculaste en el Ejercicio 8, ¿estos dos eventos son independientes o no son independientes? Explícalo.
  
10. ¿La probabilidad que un estudiante seleccionado al azar que tiene asma y tiene un miembro en el hogar que fuma es la misma o es diferente a la probabilidad que tiene un estudiante seleccionado al azar que no tiene asma y no tiene algún miembro en el hogar que fuma? Explica tu respuesta.
  
11. Un estudiante seleccionado al azar. El estudiante seleccionado indica que él o ella tiene un miembro en el hogar que fuma. ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante seleccionado tenga asma?

**Resumen de la Lección**

Los datos organizados en una tabla de frecuencia de dos dimensiones se pueden utilizar para calcular probabilidades condicionales.

Dos eventos son independientes si se sabe que el hecho de que un evento ocurra, esto no cambia la probabilidad de que un segundo evento se produzca.

Las probabilidades calculadas en una tabla de frecuencia de dos dimensiones se pueden usar para determinar si dos eventos son independientes o no son independientes

**Conjunto de Problemas**

## 1. Considera las siguientes preguntas:

- a. En una encuesta los estudiantes de una secundaria de Midwest realizaron las siguientes preguntas:

"¿Utilizas una computadora al menos 3 veces a la semana para terminar tus trabajos escolares?"

"¿Está tomando clases de matemáticas?"

¿Crees que los eventos: *un estudiante seleccionado al azar está tomando clases de matemáticas, y un estudiante seleccionado al azar utiliza la computadora al menos 3 veces a la semana*, son independientes o no independientes? Explica tu razonamiento.

- b. La misma encuesta también preguntó a los estudiantes lo siguiente:

"¿Participas en actividades extracurriculares en tu escuela?"

"¿Sabes lo que quieres hacer después de terminar la secundaria?"

¿Crees que los eventos: *un estudiante seleccionado al azar participa en actividades extracurriculares, y un estudiante seleccionado al azar sabe lo que quiere hacer después de terminar la secundaria*, son independientes o no independientes? Explica tu razonamiento.

- c. Las personas que asistieron a un partido de fútbol profesional en el 2013 completaron una encuesta que incluyó las siguientes preguntas:

"¿Crees que el fútbol es demasiado violento?"

"¿Es esta la primera vez que has asistido a un partido de fútbol profesional?"

¿Crees que los eventos: *una persona seleccionada al azar quien completó la encuesta está asistiendo a un partido de fútbol profesional por primera vez, y una persona seleccionada al azar que completó la encuesta cree que el fútbol es demasiado violento*, son independientes o no independientes? Explica tu razonamiento.

2. Completa la siguiente tabla de manera que indique que los dos eventos: *utiliza una computadora y está tomando clases de matemáticas* son independientes.

	Utiliza una computadora al menos 3 veces a la semana para trabajos escolares	No utiliza una computadora al menos 3 veces a la semana para trabajos escolares	Total
Toma clases de matemáticas			700
No toma clases de matemáticas			
Total	600		1,000

3. Completa la siguiente tabla hipotética 1000. ¿Los eventos *participa en actividades extracurriculares* y *sabe lo que quiere hacer después de terminar la secundaria*, son independientes o no independientes? Justifica tu respuesta.

	Participan en actividades extracurriculares	No participan en actividades extracurriculares	Total
Sabe lo que quiere hacer después de terminar la secundaria			<b>800</b>
No sabe lo que quiere hacer después de terminar la secundaria	<b>50</b>		
Total	<b>600</b>		<b>1,000</b>

4. La siguiente tabla hipotética 1000 es de la Lección 2.

	En la familia ningún miembro fuma.	Al menos un miembro en la familia fuma	Total
Estudiantes que indican que tienen asma	<b>73</b>	<b>120</b>	<b>193</b>
Estudiantes que indican que no tienen asma	<b>506</b>	<b>301</b>	<b>807</b>
Total	<b>579</b>	<b>421</b>	<b>1,000</b>

Los datos reales de la población entera se dan en la tabla siguiente.

	En la familia ningún miembro fuma.	Al menos un miembro en la familia fuma	Total
Estudiantes que indican que tienen asma	<b>69</b>	<b>113</b>	<b>182</b>
Estudiantes que indican que no tienen asma	<b>473</b>	<b>282</b>	<b>755</b>
Total	<b>542</b>	<b>395</b>	<b>937</b>

- Basándote en la tabla hipotética 1000, ¿cuál es la probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar que tiene asma tenga al menos un miembro en el hogar que fuma?
- Basándote en los datos reales, ¿cuál es la probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar que tiene asma tenga al menos un miembro en el hogar que fuma (redondea tu respuesta a 3 cifras decimales)?
- Basándote en la tabla hipotética 1000, ¿cuál es la probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar que no tiene ningún miembro en el hogar que fuma tenga asma?
- Basándote en los datos reales, ¿cuál es la probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar que no tiene ningún miembro en el hogar que fuma tenga asma?
- ¿Qué notas acerca de las probabilidades calculadas a partir de los datos reales y de las probabilidades calculadas a partir de la tabla hipotética 1000?

5. Como parte de la investigación del asma, los investigadores se preguntaron si los estudiantes que tienen asma tienen menos probabilidad de tener una mascota en casa que los estudiantes que no tienen asma. Realizaron las dos preguntas siguientes:

“¿Tienes asma?”

“¿Tienes mascotas en casa?”

Basándote en las respuestas de estas preguntas, podrías establecer una tabla de dos dimensiones que se pueda utilizar para determinar si los dos eventos siguientes son independientes o no independientes:

Evento 1: un estudiante seleccionado al azar tiene asma

Evento 2: un estudiante seleccionado al azar tiene una mascota en casa.

- ¿Qué pondrías de título en las filas de una tabla de dos dimensiones?
- ¿Qué pondrías de título en las columnas de una tabla de dos dimensiones?
- ¿Qué probabilidades calcularías para determinar si el Evento 1 y el Evento 2 son independientes?