

Lección 11: Distribuciones Normales

Trabajo en clase

Ejemplo 1: Cálculo de Probabilidades Normales Usando los Valores de z y Tablas de Áreas Normal Estándar

En los EE.UU. el Departamento de Agricultura, en sus Planes de Comida Oficiales (www.cnpp.usda.gov), establece que el costo promedio de comida para un hombre de entre 14-18 años de edad (en el plan de "Costo-Moderado") es \$261.50 por mes. Supongamos que el costo mensual de alimentos para un hombre de 14-18 años de edad es de aproximadamente una distribución normal con una media de \$261.50 y una desviación estándar de \$16.25.

- a. Usa una tabla del área bajo la curva normal estándar para encontrar el probable costo mensual de alimentos para un hombre de entre 14-18 años seleccionado al azar.
 - i. menos de \$280.

ii. más de \$270.

iii. más de \$250.

iv. entre \$240 y \$275.

b. Explica el significado de la probabilidad que encontraste en la parte (a-iv).

Ejercicio 1

El documento del USDA descrito en el Ejemplo 1 también indica que el costo promedio de comida para una mujer de entre 14-18 años de edad (de nuevo, en el plan de “costo-Moderado”) es \$215.20 por mes. Supongamos que el costo mensual de alimentos para una mujer de 14-18 años de edad es de aproximadamente una distribución normal con una media de \$215.20 y una desviación estándar de \$14.85.

- a. Usa una tabla del área bajo la curva normal estándar para encontrar el probable costo mensual de alimentos para una mujer de entre 14-18 años seleccionada al azar.
- i. menos de \$225.

ii. menos de \$200.

iii. más de \$250.

iv. entre \$190 y \$220.

b. Explica el significado de la probabilidad que encontraste en la parte (a-iv).

Ejemplo 2: Uso de una Calculadora Graficadora para Encontrar Probabilidades Normales Directamente

Regresa a la información de probabilidad dada en el Ejemplo 1. Usando una calculadora graficadora, y *sin* usar los valores de z , encuentra la probabilidad (redondeada a milésimas) del costo mensual de alimentos para un hombre seleccionado al azar de entre 14-18 años

a. entre \$260 y \$265.

b. al menos \$252.

- c. como máximo \$248.

Ejercicio 2

Regresa a la información de probabilidad dada en el Ejercicio 1.

- a. En el Ejercicio 1, calculaste la probabilidad de que el costo mensual de alimentos para una mujer seleccionada al azar de entre 14-18 años de edad esta entre \$190 y \$220. La probabilidad del costo mensual de alimentos para una mujer seleccionada al azar de entre 14-18 años de edad está entre \$195 y \$230 ¿Sería mayor o menor que la probabilidad de estuviera entre \$190 y \$220? Explica tu razonamiento.
- b. La probabilidad de que el costo mensual de alimentos para una mujer seleccionada al azar de entre 14-18 años esta entre \$195 y \$230, ¿Crees que esta probabilidad esta más cerca de 0.50, 0.75, o 0.90? Explica tu razonamiento.
- c. Usando una calculadora graficadora, y sin usar los valores de z , encuentra la probabilidad (redondeada a milésimas) del costo mensual de alimentos para una mujer seleccionada al azar de entre 14-18 años esta entre \$195 y \$230. ¿Esta probabilidad es consistente con tu respuesta de la parte (b)?
- d. ¿Cómo se compara la probabilidad que calculaste en la parte (c) con la probabilidad que se hubiera obtenido mediante la tabla del áreas bajo la curva normal?

- e. ¿Cuál es una ventaja de utilizar una calculadora graficadora para calcular esta probabilidad?
- f. En el Ejercicio 1, has calculado la probabilidad de que el costo mensual de alimentos para una mujer seleccionada al azar de entre 14-18 años es como máximo de \$ 200. La probabilidad del costo mensual de alimentos para una mujer seleccionada al azar de entre 14-18 años es como máximo \$210, ¿Esta probabilidad sería mayor o menor que la probabilidad de que sean \$200 como máximo? Explica tu razonamiento.
- g. ¿Crees que la probabilidad de que el costo mensual de alimentos para una mujer seleccionada al azar de entre 14-18 años que es como máximo \$210, esta más cerca de 0.10, 0.30, o 0.50? Explica tu razonamiento.
- h. Usando una calculadora graficadora, y sin necesidad de utilizar los valores de z , encuentra la probabilidad (redondeada a milésimas) de que el costo mensual de alimentos para una mujer seleccionada al azar de entre 14-18 años es a lo máximo \$210.
- i. Usando una calculadora graficadora, y sin necesidad de utilizar los valores de z , encuentra la probabilidad (redondeada a milésimas) de que el costo mensual de alimentos para una mujer seleccionada al azar de entre 14-18 años al menos son \$235.

Ejemplo 3: Uso de una Hoja de Cálculo para Encontrar Probabilidades Normales

Regresa a la información de probabilidad dada en el Ejemplo 1. En los EE.UU. el Departamento de Agricultura, en sus Planes de Comida Oficiales (www.cnpp.usda.gov), establece que el costo promedio de comida para un hombre de entre 14-18 años de edad (en el plan de "Costo-Moderado") es \$261.50 por mes. Supongamos que el costo mensual de alimentos para un hombre de 14-18 años de edad es de aproximadamente una distribución normal con una media de \$261.50 y una desviación estándar de \$16.25. Redondea tus respuestas con cuatro decimales.

Use una hoja de cálculo para calcular la probabilidad de que el costo mensual de alimentos para un hombre seleccionado al azar de entre 14-18 años es

a. menos de \$280.

b. más de \$270.

c. más de \$250.

d. entre \$240 y \$275.

Ejercicio 3

El documento del USDA descrito en el Ejemplo 1 también indica que el costo promedio de comida para una mujer de entre 14-18 años de edad (de nuevo, en el plan de "costo-moderado") es \$215.20 por mes. Supongamos que el costo mensual de alimentos para una mujer de 14-18 años de edad es de aproximadamente una distribución normal con una media de \$215.20 y una desviación estándar de \$14.85. Redondea tus respuestas a 4 cifras decimales.

Use una hoja de cálculo para calcular la probabilidad de que el costo mensual de alimentos para una mujer seleccionada al azar de entre 14-18 años es

a. menos de \$225.

b. menos de \$200.

c. más de \$250.

d. entre \$190 y \$220.

Ejercicio 4

Se midieron los tiempos de reacción de 490 personas. Los resultados se muestran en la distribución de frecuencias a continuación.

Tiempo de Reacción (segundos)	0.1 to < 0.15	0.15 to < 0.2	0.2 to < 0.25	0.25 to < 0.3	0.3 to < 0.35	0.35 to < 0.4
Frecuencia	9	82	220	138	37	4

- Construya un histograma que muestre estos resultados.
- Observando el histograma, ¿cree que una distribución normal sería un modelo apropiado para esta distribución?
- La media de los tiempos de reacción para estas 490 personas es de 0.2377, y la desviación estándar de los tiempos de reacción es de 0.0457. Para una distribución normal con esta media y la desviación estándar, ¿cuál es la probabilidad de que un tiempo de reacción seleccionado al azar sea por lo menos 0.25?
- La proporción real de estas 490 personas que tuvieron un tiempo de reacción de al menos 0.25 es 0.365 (esto se puede calcular a partir de la distribución de frecuencias). ¿Cómo se compara esta proporción con la probabilidad que calculaste en el inciso (c)? ¿Esto confirma que la distribución normal es un modelo apropiado para la distribución del tiempo de reacción?

Resumen de la Lección

Las probabilidades asociadas a las distribuciones normales se determinan utilizando los valores z y una tabla del área bajo la curva normal estándar.

Las probabilidades asociadas a las distribuciones normales se pueden encontrar directamente (sin usar los valores z) usando una calculadora graficadora.

Cuando una distribución de datos tiene una forma que es aproximadamente normal, una distribución normal se puede utilizar como un modelo para la distribución de datos. Se utiliza la distribución normal con la misma media y la desviación estándar como la distribución de datos.

Conjunto de Problemas

1. Usa la tabla del área bajo la curva normal estándar para determinar
 - a. el área a la izquierda de $z = 1.88$.
 - b. el área a la derecha de $z = 1.42$.
 - c. el área a la izquierda de $z = -0.39$.
 - d. el área a la derecha de $z = -0.46$.
 - e. el área entre $z = -1.22$ y $z = -0.5$.
2. Suponga que las duraciones de los juegos de béisbol de la secundaria son aproximadamente una distribución normal con media de 105 minutos y 11 minutos de desviación estándar. Usa una tabla del área bajo la curva normal estándar para encontrar la probabilidad de que un partido de béisbol de la secundaria seleccionada al azar dura
 - a. menos de 115 minutos.
 - b. más de 100 minutos.
 - c. entre 90 y 110 minutos.
3. Usando de una calculadora graficadora, y *sin* usar los valores z , verifica tus respuestas del Problema 2. (Redondea tus respuestas a milésimas)
 - a.
 - b.
 - c.
4. En el Problema 2, se dijo que la duración de los juegos de béisbol de la escuela secundaria son aproximadamente una distribución normal con media de 105 minutos y 11 minutos de desviación estándar. Supongamos también que la duración de los juegos de softbol de la secundaria son aproximadamente una distribución normal con una media de 95 minutos y la misma desviación estándar, 11 minutos. ¿Es más probable que un partido de béisbol de la secundaria tenga una duración de entre 100 y 110 minutos o que un juego de softball de la secundaria tenga una duración de entre 100 y 110 minutos? ¡Responde a esta pregunta sin hacer ningún cálculo!

5. Un granjero tiene 625 ovejas hembras adultas. Las ovejas se pesaron recientemente, y los resultados se muestran en la siguiente tabla.

Peso (libras)	140 to < 150	150 to < 160	160 to < 170	170 to < 180	180 to < 190	190 to < 200	200 to < 210
Frecuencia	8	36	173	221	149	33	5

- Construya un histograma que muestre estos resultados.
- Observando el histograma, ¿cree que una distribución normal sería un modelo apropiado para esta distribución?
- Los pesos de las 625 ovejas tienen medias de 174.21 libras y una desviación estándar de 10.11 libras. Para una distribución normal con esta media y la desviación estándar, ¿cuál es la probabilidad de que una oveja seleccionada al azar tenga un peso de al menos 190 libras? (Redondea tu respuesta a milésimas.)