

Lección 16: Margen de Error al Estimar la Proporción de una Población

Trabajo en clase

Ejercicios 1-4

En esta lección usarás los datos de una muestra aleatoria extraída de una bolsa misteriosa para estimar una proporción de la población y aprender a encontrar e interpretar un margen de error para tu estimación.

1. Anota tu estimación de la proporción de fichas rojas en la bolsa misteriosa basada en la muestra aleatoria de 30 fichas elaboradas en clase.
2. Tania y Raúl tenían una bolsa de papel que contenía fichas rojas y negras. La bolsa fue marcada con el 40% de fichas rojas. Se tomaron muestras aleatorias de 30 fichas, reemplazándolas, en la bolsa. (Tuvieron cuidado de agitar la bolsa después de que reemplazaron la ficha.) Tuvieron nueve fichas rojas en su muestra. Tomaron otra muestra aleatoria de 30 fichas de la bolsa, y esta vez tenía 12 fichas rojas. Repitieron este proceso de muestreo 50 veces y realizaron un diagrama del número de fichas rojas en cada muestra. Un diagrama de su distribución de muestreo se muestra a continuación.

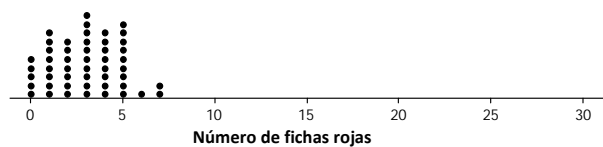


- a. ¿Cuál fue el número más común de fichas rojas en las 50 muestras? ¿Te parece razonable? ¿Por qué si o por qué no?

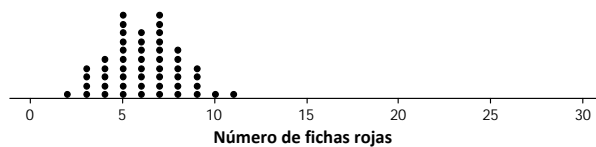
- b. ¿Qué número de fichas rojas, en su caso, nunca se produjo en ninguna de las muestras?
- c. Dado un intervalo que contiene el número de "probables" fichas rojas en muestras del tamaño de 30 en función de la distribución de muestreo simulado.
- d. ¿Crees que el número de fichas rojas en la bolsa misteriosa podrían haber salido de una muestra extraída de una bolsa que tenía 40% de fichas rojas? ¿Por qué si o por qué no?

Nueve bolsas diferentes de fichas se distribuyeron a pequeños equipos de estudiantes en la clase. Cada bolsa tenía una proporción diferente de fichas rojas. Cada equipo simuló sacar 50 diferentes muestras aleatorias de un tamaño de 30 de su bolsa y registraron el número de fichas rojas para cada muestra. Las gráficas de sus distribuciones de muestreo simulado se muestran a continuación.

Población del 10% de fichas rojas



Población del 20% de fichas rojas



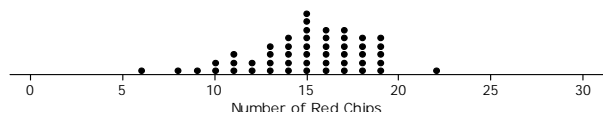
Población del 30% de fichas rojas



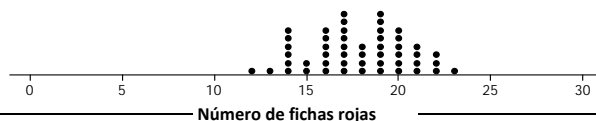
Población del 40% de fichas rojas



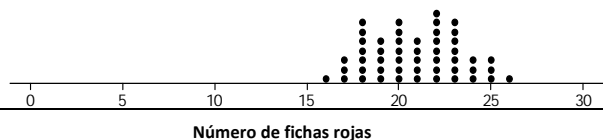
Población del 50% de fichas rojas



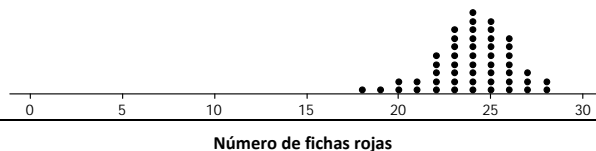
Población del 60% de fichas rojas



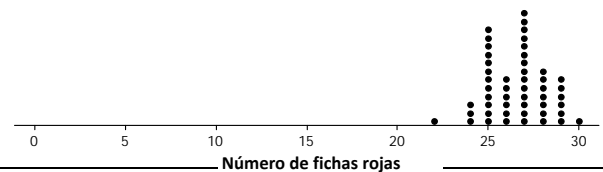
Población del 70% de fichas rojas



Población del 80% de fichas rojas



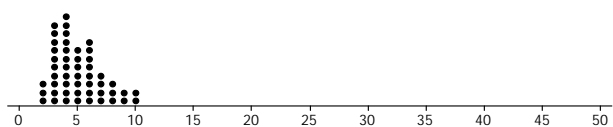
Población del 90% de fichas rojas



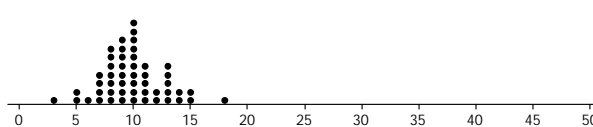
3. Piensa en el número de fichas rojas en la muestra aleatoria del tamaño de 30 que se extrajo de la bolsa misteriosa.
- Basándote en las distribuciones muestrales simuladas, ¿crees que la bolsa misteriosa podría haber tenido el 10% de fichas rojas? Explica tu razonamiento.
 - Basándote en las distribuciones muestrales simuladas, ¿cuál de los porcentajes 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80% y 90% podría ser razonablemente el porcentaje de las fichas rojas en la bolsa misteriosa?
 - Supongamos que p representa la proporción de fichas rojas en la bolsa misteriosa. (Por ejemplo, $p = 0.40$ si hay el 40% de fichas rojas en la bolsa.) Basándote en tu respuesta de la parte (b), escribe una desigualdad que describe los valores plausibles para p . Interpreta la desigualdad en términos de la población de la bolsa misteriosa.
4. Si la desigualdad como la que describiste en el apartado (c) del Ejercicio 3 cambio de 0.30 a 0.60, algunas veces se escribe como 0.45 ± 0.15 . El valor 0.15 se denomina "margen de error". El margen de error representa un intervalo de la proporción esperada que no contiene algunas proporciones o muy pocas proporciones se basan en la distribución de muestreo simulado. No se espera que se produzcan proporciones en este intervalo en el momento de tomar una muestra de la bolsa misteriosa.
- Escribe la desigualdad que encontraste en el Ejercicio 3 parte (c) usando esta notación. ¿Cuál es el margen de error?
 - Supongamos que Sol dijo: "Así que esto significa que la proporción real de fichas rojas en la bolsa misteriosa era del 60%". Tonya argumentó que la proporción real de fichas rojas en la bolsa misteriosa era del 20% . ¿Qué dirías tú?

Desafío Exploratorio 2: Muestras de Tamaño 50/Ejercicios 5-7

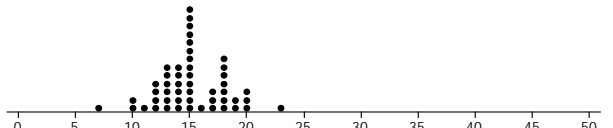
5. ¿Crees que el "margen de error" sería diferente en el Ejercicio 4 si hubieras hecho una muestra de 50 fichas en lugar de 30? Trata de convencer a uno de tus compañeros de que tu conjetura es correcta.
6. A continuación se simulan las distribuciones de muestreo del número de fichas rojas para muestras del tamaño de 50 de las poblaciones con diferentes porcentajes de fichas rojas.

Población con **10%** de fichas rojas

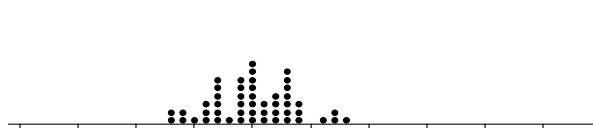
Número de fichas rojas

Población con **20%** de fichas rojas

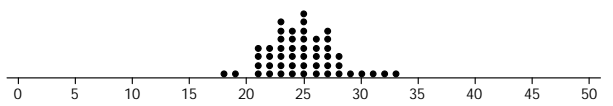
Número de fichas rojas

Población con **30%** de fichas rojas

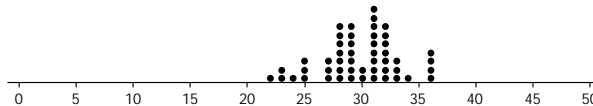
Número de fichas rojas

Población con **40%** de fichas rojas

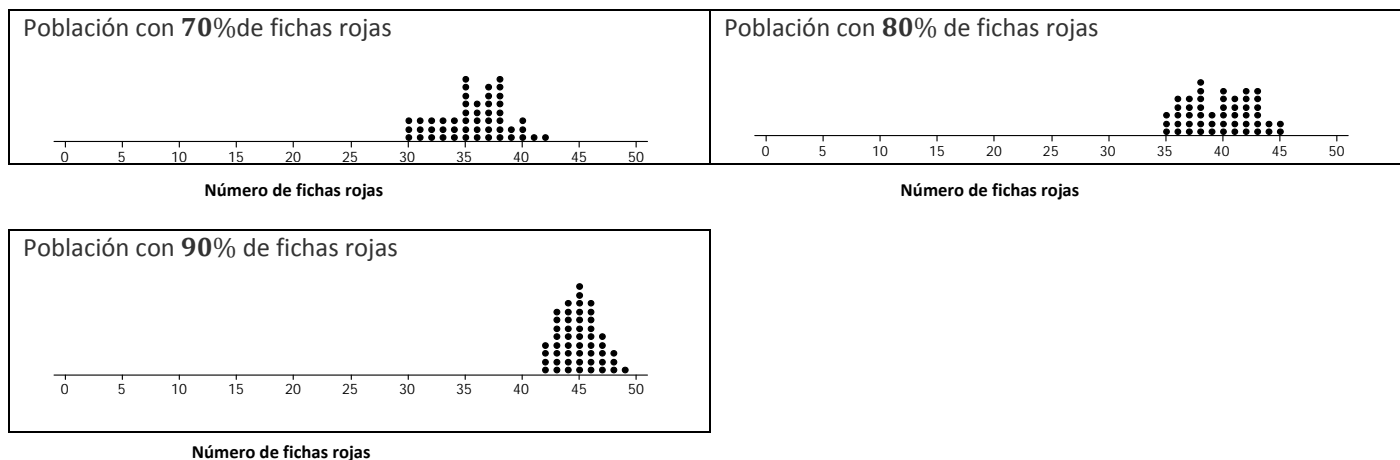
Número de fichas rojas

Población con **50%** de fichas rojas

Número de fichas rojas

Población con **60%** de fichas rojas

Número de fichas rojas



- a. Supongamos que sacaste 30 fichas rojas en una muestra al azar de 50 de la bolsa misteriosa. ¿Cuáles son los valores plausibles para la proporción de fichas rojas en la bolsa misteriosa? Explica tu razonamiento.

- b. Escribe una expresión que contiene margen de error basándote en tu respuesta de la parte (a).

7. Recuerda tu conjetura del Ejercicio 5, y compara el margen de error que has encontrado en una muestra del tamaño 30 (del Ejercicio 3) con el margen de error que has encontrado en una muestra del tamaño 50.
 - a. Tu razonamiento en el Ejercicio 5, ¿fue correcto? ¿Por qué si o por qué no?

 - b. Explica por qué el cambio en el margen de error tiene sentido.

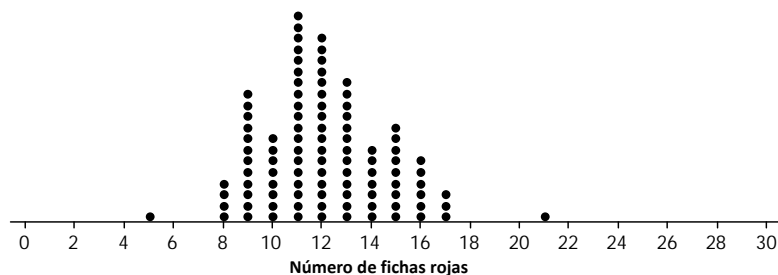
Resumen de la Lección

En esta lección, has investigado cómo hacer una inferencia sobre una proporción de población desconocida basada en una muestra aleatoria de la población.

- Has aprendido como las muestras aleatorias de poblaciones con proporciones conocidas se comportan exitosamente al simular las distribuciones muestrales para las muestras extraídas de esas poblaciones.
- El comparar una proporción observada de éxitos de una muestra aleatoria extraída de una población con una proporción desconocida de éxitos con estas distribuciones de muestreo, te da un poco de información acerca de lo que las poblaciones pueden producir en una muestra aleatoria como la que observaste.
- Estas proporciones de la población plausibles pueden ser descritas como $p \pm M$. El valor de M se denomina "margen de error".

Conjunto de Problemas

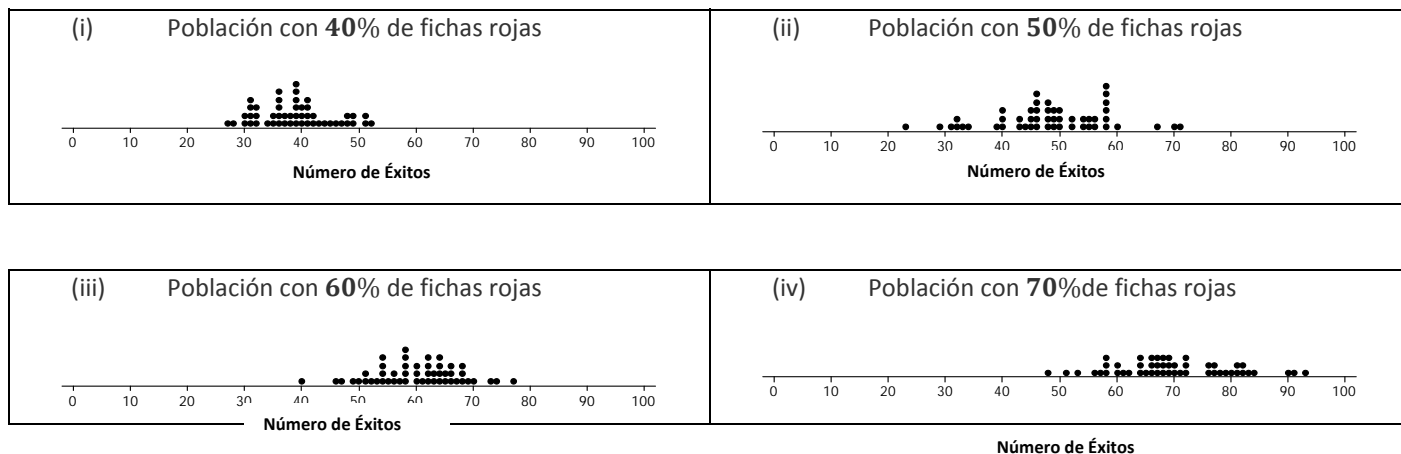
1. Tanya simula extraer una muestra del tamaño de 30 de una población de fichas y tiene la siguiente distribución de muestreo simulado para el número de fichas rojas:



¿Cuál de los siguientes resultados parecen como si hubieran salido de esta población? Explica tu razonamiento.

- 8 fichas rojas en una muestra aleatoria del tamaño de 30
- 12 fichas rojas en una muestra aleatoria del tamaño de 30
- 24 fichas rojas en una muestra aleatoria del tamaño de 30

2. 64% por ciento de los estudiantes en una muestra aleatoria de 100 estudiantes de secundaria tienen la intención de ir a la universidad. Las gráficas siguientes muestran el resultado de la simulación de muestras aleatorias del tamaño de 100 de varias poblaciones diferentes, donde se conoce el porcentaje de éxito y se registra el porcentaje de aciertos de la muestra.



- Basándote en estas gráficas, ¿cuáles de los siguientes son valores plausibles para el porcentaje de éxitos en la población de la que se seleccionó la muestra: 40%, 50%, 60%, o 70%? Explica tu razonamiento.
 - ¿Necesitarías más información para determinar los valores plausibles para la proporción real de la población de estudiantes de secundaria que tengan la intención de ir a alguna institución de educación superior? ¿Por qué si o por qué no?
3. Supongamos que la bolsa misteriosa se había traducido en el siguiente número de fichas rojas. Utilizando las distribuciones muestrales simuladas encontradas anteriormente en esta lección, encuentra el margen de error en cada caso.
- El número de fichas rojas en una muestra aleatoria del tamaño de 30 era de 10.
 - El número de fichas rojas en una muestra aleatoria del tamaño de 30 era de 21.
 - El número de fichas rojas en una muestra aleatoria del tamaño de 50 era de 22.
4. Los siguientes intervalos de proporciones poblacionales eran plausibles para una muestra dada. Encuentra el margen de error en cada caso.
- de 0.35 a 0.65
 - de 0.72 a 0.78
 - de 0.84 a 0.95
 - de 0.47 a 0.57

5. Decide si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Explica tu razonamiento en cada caso.
- Cuanto menor sea el tamaño de la muestra, menor será el margen de error.
 - Si el margen de error es de 0.05 y la proporción observada de las fichas rojas es de 0.35, entonces es probable que la verdadera proporción de la población esté entre 0.40 y 0.50.
6. Extensión: El margen de error para una muestra del tamaño de 30 es 0.20; para una muestra de 50, es 0.10. Si aumentas el tamaño de la muestra a 70, ¿crees que el margen de error para el porcentaje de éxitos será de 0.05? ¿Por qué si o por qué no?