

Lección 6: Reglas de Probabilidad

Trabajo en clase

Ejemplo 1: Las Reglas Completas

En las lecciones anteriores has visto que para calcular la probabilidad de que un evento *no ocurra* puedes restar la probabilidad del evento en 1. Si el evento se denota por A , entonces esta regla se puede escribir como:

$$P(\text{negada } A) = 1 - P(A).$$

Por ejemplo, supongamos que la probabilidad de que un vuelo en particular llegue a tiempo es de 0.78. ¿Cuál es la probabilidad de que el vuelo no llegue a tiempo?

Ejemplo 2: Formula de la Probabilidad Condicional

Cuando se selecciona al azar una habitación de hotel, la probabilidad de que ese cuarto tenga una cama de tamaño king-size es de 0.62, la probabilidad de que ese cuarto tenga vista a la plaza de la ciudad es de 0.43, y la probabilidad de que tenga una cama de tamaño king-size y vista a la plaza de la ciudad es de 0.38. Supongamos que A es el evento en el que un cuarto tiene una cama king-size, y supongamos que B es el evento en el que el cuarto tiene vista a la plaza de la ciudad.

- ¿Cuál es el significado de " $P(A \text{ dada } B)$ " en este contexto?
- Usa una tabla hipotética 1000 para calcular $P(A \text{ dada } B)$.

	A (el cuarto tiene una cama king-size)	Negada A (el cuarto no tiene una cama king-size)	Total
B (El cuarto tiene vista de la plaza de la ciudad)			
Negada A (el cuarto no tiene vista de la plaza de la ciudad)			
Total			

- c. También hay una fórmula para calcular la probabilidad condicional. La formula para la Probabilidad Condicional es

$$P(A \text{ dada } B) = \frac{P(A \text{ y } B)}{P(B)}.$$

Usa esta fórmula para calcular $P(A \text{ dada } B)$, donde los eventos A y B son como los definidos en este ejemplo.

- d. ¿De qué manera la probabilidad que calculaste usando la fórmula se compara a la probabilidad que calculaste usando la tabla hipotética 1000?

Ejercicio 1

Una compañía de tarjetas de crédito establece que 42% de sus clientes se clasifican como titulares de tarjetas a largo plazo, 35% pagan sus facturas en su totalidad cada mes, y 23% son titulares de tarjetas a largo plazo quienes también pagan sus facturas en su totalidad cada mes. Supongamos que el evento en el que un cliente seleccionado al azar es titular de una tarjeta a largo plazo es L , y el evento de que un cliente seleccionado al azar pague su factura en su totalidad cada mes es F .

- a. ¿Cuáles son los valores de $P(L)$, $P(F)$, y $P(L \text{ y } F)$?
- b. Dibuja un diagrama de Venn, y titúlalo con las probabilidades de la parte (a).
- c. Usa la fórmula de la probabilidad condicional para calcular $P(L \text{ dada } F)$. (Redondea tu respuesta a milésimas.)

- d. Usa la fórmula de la probabilidad condicional para calcular $P(F \text{ dada } L)$. (Redondea tu respuesta a milésimas.)
- e. ¿Cuál es más grande, $P(F \text{ dada } L)$ o $P(F)$? Explica por qué esto es relevante.
- f. Recuerda que se dice que los dos eventos A Y B son independientes si $P(A \text{ dada } B) = P(A)$. ¿Son independientes los eventos $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$? Explícalo.

Ejemplo 3: Usando la Regla de la Multiplicación para Eventos Independientes

Un cubo de números tiene caras numeradas del 1 hasta el 6, y una moneda tiene dos caras, *cara* y *cruz*.

El cubo de números se tirará y la moneda se lanzará al aire. Encuentra la probabilidad de que el cubo muestre un 4 y la moneda caiga en *cara*. Ya que los eventos son independientes, podemos utilizar las reglas de la multiplicación que acabamos de aprender.

Si lanzas una moneda al aire cinco veces, ¿cuál es la probabilidad de que caiga *cara* en los cinco lanzamientos?

Si lanzas una moneda al aire cinco veces y obtienes cinco *caras*, ¿pensarías qué esta moneda es legítima? ¿Por qué si o por qué no?

Si tiras el cubo de números tres veces, ¿cuál es la probabilidad de que salga 4 en los tres tiros?

Si tiras el cubo de números tres veces, y obtienes 4 en los tres lanzamientos, ¿pensarías que este cubo de números es legítimo? ¿Por qué si o por qué no?

Supongamos que la compañía de tarjetas de crédito presentada en el Ejercicio 1 establece que cuando se selecciona un cliente al azar, la probabilidad de que el cliente pague su factura en su totalidad cada mes es de 0.35, la probabilidad de que el cliente realice compras regulares en línea es de 0.83, y estos dos eventos son independientes. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente seleccionado al azar pague su factura en su totalidad cada mes y realice compras en línea regularmente?

Ejercicio 2

Una ruleta tiene un puntero, y cuando se hace girar el puntero, la probabilidad de que se detenga en la sección roja de la ruleta es de 0.25.

- Si el puntero se hace girar dos veces, ¿cuál es la probabilidad de que se detendrá en la sección roja en ambas ocasiones?
- Si el puntero se hace girar cuatro veces, ¿cuál es la probabilidad de que se detendrá en la sección roja en las cuatro ocasiones? (Redondea tu respuesta a milésimas.)
- Si el puntero se hace girar cinco veces, ¿cuál es la probabilidad de que nunca se detenga en rojo? (Redondea tu respuesta a milésimas.)

Resumen de la Lección

Para cualquier evento A , $P(\text{not } A) = 1 - P(A)$.

Para cualquiera de los dos eventos A y B , $P(A \text{ given } B) = \frac{P(A \text{ and } B)}{P(B)}$.

Eventos A y B son independientes si y sólo si $P(A \text{ and } B) = P(A)P(B)$.

Conjunto de Problemas

1. Cuando se selecciona un aguacate al azar de los entregados a una tienda de alimentos, la probabilidad de que este maduro es de 0.12, la probabilidad de que este mallugado es de 0.054, y la probabilidad de que este maduro y magullado es de 0.019.

 - Redondea tus respuestas a milésimas de ser necesario, encuentra la probabilidad de que un aguacate seleccionado al azar de los entregados a la tienda este
 - no mallugado
 - maduro dado que esta mallugado.
 - magullado dado que está maduro.
 - ¿Qué es más grande, la probabilidad de que un aguacate seleccionados al azar este mallugado dado que esta maduro o la probabilidad de que un aguacate seleccionados al azar este mallugado? Explica con palabras que te dice esto.
 - ¿Los eventos *maduro* y *magullado* son independientes? Explícalo.
2. Regresa a la información de probabilidad dada en el Problema 1. Completa la tabla hipotética 1000 a continuación, y utilízala para encontrar la probabilidad de que un aguacate seleccionado al azar este mallugado, dado que no está maduro. (Redondea tu respuesta a milésimas.)

	Maduro	No Maduro	Total
Mallugado			
No mallugado			
Total			

3. De acuerdo con el sitio web www.census.gov, basándose en la población de Estados Unidos en 2010, la probabilidad de que un hombre seleccionado al azar tenga 65 años o más es de 0.114, y la probabilidad de que una mujer seleccionada al azar tenga 65 años o más es de 0.146. (En las preguntas que se encuentran a continuación, redondea tus respuestas a la milésima más cercana.)

 - Si se selecciona un hombre al azar y una mujer se selecciona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ambas personas tengan 65 años o más? (Sugerencia: Utiliza la regla de la multiplicación para eventos independientes.)
 - Si se seleccionan dos hombres al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ambos tengan 65 años o más?
 - Si se seleccionan dos mujeres al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ninguna de ellas tenga 65 años o más?

4. En una gran comunidad, 72% de la gente son adultos, 78% son personas han viajado fuera del estado, y 11% son adultos que no han viajado fuera del estado.
- Usando un diagrama de Venn o una la tabla hipotética 1000, calcula la probabilidad de que una persona seleccionada al azar de la comunidad sea un adulto y que haya viajado fuera del estado.
 - Utiliza la regla de la multiplicación para eventos independientes, para decidir si los eventos *es un adulto y ha viajado fuera del estado* son independientes.
5. En un año en particular, 10% de los votantes registrados en una pequeña ciudad son llamados para servir como jurado. En esta ciudad, las personas son seleccionadas al azar de todos los votantes registrados en la ciudad para servir como jurado, y el mismo individuo no puede ser llamado más de una vez durante el mismo año.
- ¿Cuál es la probabilidad de que un votante registrado no sea llamado para servir como jurado durante un año en particular?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que un votante registrado sea llamado para servir como jurado dos años seguidos?
6. Una encuesta de los votantes registrados en la Ciudad de Nueva York se llevó a cabo para evaluar el apoyo de un nuevo impuesto escolar. 51% de los encuestados apoyó el impuesto escolar. De los que tienen hijos en edad escolar, 56% apoyan el impuesto escolar, mientras que sólo el 45% de los no tienen hijos en edad escolar apoyó el impuesto escolar.
- Si la persona que respondió esta encuesta es seleccionada al azar, ¿cuál es la probabilidad de que
 - La persona seleccionada apoya el impuesto escolar?
 - La persona apoya el impuesto escolar dado que no tiene hijos en edad escolar?
 - ¿Los dos eventos *tiene hijos en edad escolar y apoya el impuesto escolar*, son independientes? Explica como lo supiste.
 - Supongamos que 35% de los que respondieron la encuesta, fueran mayores de la edad de 65 y que el 10% de los que respondieron la encuesta fueran ambos mayores de la edad de 65 y apoyaron el impuesto escolar. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona seleccionada al azar que respondió esta encuesta haya apoyado el impuesto escolar dado y que tenga una mayor edad de 65?