

Lección 19: Variabilidad de Muestro en la Media Muestral

Trabajo en clase

Esta lección utiliza la simulación para aproximar la distribución muestral de la media muestral para muestras aleatorias de una población, explora cómo la distribución muestral simulada permite comprender el error de estimación anticipada cuando se utiliza una media muestral para estimar la media poblacional, y se explica cómo afecta el tamaño de la muestra a la distribución de la media muestral.

Ejercicios 1–6: Los resultados del SAT

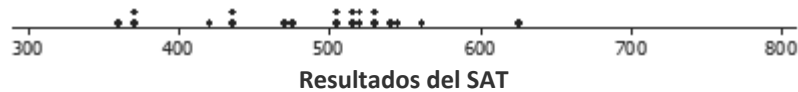
1. Los resultados de las pruebas SAT varían bastante. La tabla muestra los 506 resultados de los estudiantes en un distrito escolar de Nueva York para un año determinado.

Tabla 1: Resultados del SAT de los estudiantes del distrito

441	395	369	350	521	691	648	521	498	413	486
440	415	481	392	800	448	603	503	486	476	500
391	359	447	550	432	158	379	394	495	442	507
395	504	399	424	456	729	356	392	514	388	518
445	436	386	493	467	493	440	387	512	431	467
499	412	457	389	323	319	550	450	517	405	506
486	519	369	373	348	532	496	488	504	444	
396	473	319	367	679	472	613	561	522	408	
451	427	369	560	602	520	567	495	473	424	
362	391	371	407	436	366	582	528	533	463	
328	613	357	438	436	713	603	525	553	446	
414	466	382	362	777	259	557	508	495	466	
409	486	627	589	749	410	639	516	520	632	
526	334	608	374	634	443	556	506	506	526	
391	497	378	358	566	442	496	568	544	546	
529	392	387	373	198	555	499	476	525	529	
529	426	470	378	345	431	613	490	548	455	
574	379	380	561	712	197	556	547	543	431	
363	382	370	379	504	254	596	489	474	386	
486	434	365	530	685	372	580	506	529	434	
418	722	674	504	645	501	605	511	566	362	
527	437	388	525	509	662	445	489	487	426	
441	395	377	561	448	503	602	523	510	404	
467	463	427	519	491	448	638	530	518	493	
387	433	446	525	352	662	570	507	515	515	
503	371	394	569	779	158	558	504	516	407	
350	392	368	484	689	691	535	522	505	409	
583	416	406	416	513	729	623	503	536	422	
370	370	350	446	624	493	465	524	547	612	
499	422	344	420	465	319	460	523	528	486	
399	532	347	446	504	532	375	524	527	394	
374	545	377	462	390	472	540	501	523	424	
372	427	391	528	576	520	564	482	540	393	
559	371	339	533	756	366	547	502	480	420	
330	390	404	543	451	713	568	503	516	415	
567	529	377	460	505	259	588	439	501	394	
371	341	469	391	540	410	502	474	452	473	
503	356	417	623	436	443	510	477	507	531	
327	351	356	587	298	442	589	458	486	469	
528	377	370	528	449	555	537	494	500	453	
447	404	355	356	352	431	410	447	507	442	
572	369	364	523	574	197	330	517	518	509	
379	396	383	404	518	460	500	457	467	435	
456	396	400	505	682	623	531	471	506	427	
406	535	404	512	474	587	509	541	509	489	
420	388	375	514	629	528	571	513	597	480	
395	370	398	516	656	523	527	441	509	516	
355	417	376	498	539	505	457	489	567	501	
423	419	451	460	553	514	552	498	509	452	
438	348	369	541	400	629	561	538	597	507	

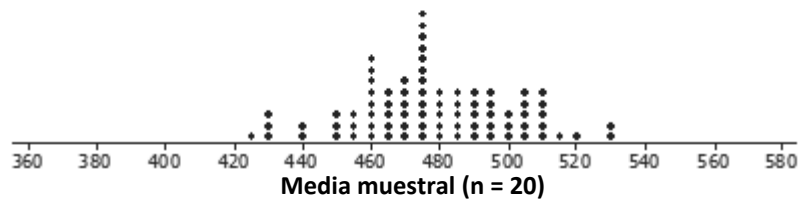
- a. Mirando la tabla superior, ¿cómo describirías la población de los resultados del SAT?
- b. Jason usó la tecnología para extraer una muestra aleatoria del tamaño de 20 de los resultados y encontró una media muestral de 487. ¿Qué representa este valor en los términos de la gráfica siguiente?

Muestra aleatoria de los resultados del SAT del Distrito



2. Si vas a tomar 20 diferentes muestras aleatorias de esta población, describe como crees que se vería la distribución muestral de estas medias muestrales.
3. Todos en la clase de Jason sacaron varias muestras aleatorias del tamaño de 20 y encontraron la media de los resultados del SAT. El diagrama de puntos muestra la distribución de la media de los resultados del SAT para sus muestras.

Muestra aleatoria de los resultados del SAT del Distrito



- ¿Cómo se compara la distribución muestral simulada con tu conjetura en el Ejercicio 2? Explica las diferencias.
- Utiliza la tecnología para generar más muestras del tamaño de 20, y traza las medias de esas muestras. Describe la forma de la distribución simulada de la media muestral de los resultados del SAT.
- ¿Cómo se compara la distribución simulada utilizando más muestras con la que generaste en el Ejercicio 3?
- ¿Cuál es la media y la desviación estándar de la distribución simulada de la media muestral de los resultados del SAT que encontraste en la parte (b)? (Utiliza la tecnología y tu distribución muestral simulada de la medias muestrales para encontrar los valores.)
- Escribe una oración que describa la distribución de las medias muestrales que utiliza la media y la desviación estándar que calculaste en la parte (d).

4. Reflexiona sobre algunas de las distribuciones muestrales simuladas que hayas considerado en las lecciones anteriores.
- Haz una conjetura acerca de cómo crees que podría afectar el tamaño de la muestra a la distribución de las medias muestrales del SAT.
 - Para probar la conjetura, investiga los siguientes tamaños de las muestras: 5, 10, 40, y 50 así como la distribución simulada de las medias muestrales del Ejercicio 3. Divide los tamaños de la muestra entre los miembros de tu grupo, y utiliza la tecnología para simular las distribuciones muestrales de la media de los resultados del SAT para las muestras de diferentes tamaños. Encuentra la media y la desviación estándar de cada distribución muestral simulada.
 - ¿Cómo afecta el tamaño de la muestra a las distribuciones simuladas de la media muestral de los resultados del SAT? Incluye la distribución simulada de la parte (b) del Ejercicio 3 en tu respuesta. ¿Por qué crees que esto es cierto?
- 5.
- Para cada uno de los tamaños de las muestras, considera cómo la desviación estándar parece estar relacionada con el rango de las medias muestrales en las distribuciones simuladas de la media muestral del SAT que encontraste en el Ejercicio 4.
 - ¿Cómo se comparan tus respuestas de la parte (a) con las respuestas de otros grupos?

- 6.
- Haz una gráfica de la distribución de la población consistiendo en los resultados del SAT para todos los estudiantes.
 - Encuentra la media de la distribución de los resultados del SAT. ¿Cómo se compara con la media de las distribuciones muestrales que has estado simulando?

Resumen de la Lección

Para una muestra dada puedes encontrar la media muestral.

- Existe variabilidad en la media muestral. El valor de la media muestral varía de una muestra aleatoria a otra.
- Una gráfica de la distribución de medias muestrales de diferentes muestras aleatorias es una distribución muestral simulada.
- Las medias muestrales a partir de las muestras aleatorias tienden a agruparse alrededor del valor de la media poblacional. Es decir, la distribución muestral simulada de la media muestral estará centrada cerca del valor de la media poblacional.
- La variabilidad en la media muestral disminuye a medida que aumenta el tamaño muestral.
- La mayoría de las medias muestrales están dentro de dos desviaciones estándar de la media de la distribución muestral simulada.

Conjunto de Problemas

1. ¿Cuál de las siguientes tendrán la menor desviación estándar? Explica tu razonamiento.
Una distribución muestral de las medias muestrales para muestras de tamaño:
a. 15 b. 25 c. 100
2. A la luz de las distribuciones de las medias muestrales que has investigado en la lección, comenta las afirmaciones que están a continuación de las muestras aleatorias del tamaño de 20, elegidas de entre los resultados del SAT del Distrito.
 - a. Josh afirmó que tomó una muestra aleatoria del tamaño de 20 y tenía un resultado de la media muestral de 320.
 - b. Sarfina indicó que ella tomó una muestra aleatoria del tamaño de 20 y tenía una media muestral de 520.
 - c. Ana anunció que sería bastante raro que la media del resultado del SAT en una muestra aleatoria fuera más de tres desviaciones estándar de la media del resultado del SAT de 475.
3. Consulta tus respuestas del Ejercicio 4, y luego comenta cada una de las siguientes opciones:
 - a. Una muestra aleatoria del tamaño de 50 produjo una media del resultado del SAT de 400.
 - b. Una muestra aleatoria del tamaño de 10 produjo una media del resultado del SAT de 400.
 - c. ¿Para cuales tamaños de la muestra fue la media muestral del resultado plausible del SAT de 420? Explica tu razonamiento.
4. Explica la diferencia entre la media muestral y la media de la distribución muestral.