

Lección 21: Margen de Error al Estimar la Media Poblacional

Trabajo en clase

Esta lección continúa discutiendo el uso de la media muestral como una estimación de la media poblacional y juzga su precisión basándose en el concepto de margen de error. En la lección anterior, el margen de error se define como dos veces la desviación estándar de la distribución muestral de la media muestral. En esta lección, una fórmula será dada para el margen de error que te permite calcular el margen de error de una sola muestra aleatoria en lugar de tener que crear una distribución muestral de las medias muestrales.

Ejemplo 1: Estimando la Media Poblacional Usando una Muestra Aleatoria

Proporciona un resumen en una sola frase de nuestros hallazgos de la lección anterior.

¿Cuáles fueron los inconvenientes del método de cálculo?

En la práctica, no tienes que utilizar ese proceso para encontrar el margen de error. Afortunadamente, tal como fue el caso de la estimación de una proporción de la población, hay algunos resultados generales que conducen a una fórmula que te permite calcular el margen de error usando solo una muestra. Puedes evaluar la exactitud de la estimación de la media poblacional mediante el cálculo del margen de error utilizando la desviación estándar de la muestra.

La desviación estándar de la distribución de las medias muestrales se aproxima con $\frac{s}{\sqrt{n}}$, donde s es la desviación estándar de la muestra, y n es el tamaño de la muestra.

Ejercicios 1–5

1. Supongamos que una muestra aleatoria del tamaño de diez produjo los siguientes rangos de ejemplo en los juegos para computadora, en la última lección: 12, 5, 2, 4, 1, 4, 18, 10, 1, 16. Estima el rango de la media poblacional basándote en estos diez rangos de la muestra.

2. Calcula la desviación estándar de la muestra. Redondea tus respuestas a tres cifras decimales.
3. Utiliza la fórmula dada anteriormente para calcular la desviación estándar aproximada de la distribución de las medias muestrales. Redondea tus respuestas a tres cifras decimales.
4. Recordemos que el margen de error es de dos veces la desviación estándar de la distribución de las medias muestrales. ¿Cuál es el valor del margen de error basado en esta muestra? Escribe una oración interpretando el valor del margen de error en el contexto de este problema en el rango de los juegos para computadora.
5. Basándote en la media muestral y el valor del margen de error, ¿cuál es un intervalo de valores plausibles para la media poblacional?

Ejercicios 6-13

El Discurso de Gettysburg es considerado uno de los más grandes discursos de la historia. Algunos estudiantes se dieron cuenta de que el discurso fue muy corto (alrededor de 268 palabras, dependiendo de la versión) y se preguntaron si las palabras eran también relativamente cortas. Para estimar la media de la longitud de palabras en la población de palabras en el Discurso de Gettysburg, trabaja con un compañero siguiendo los pasos. Tu profesor te dará una copia del Discurso de Gettysburg con las palabras numerados del 001 al 268.

6. Desarrolla y describe un plan para recolectar datos del Discurso de Gettysburg y determina la duración típica de una palabra. Después, pon en práctica tu plan, y reporta tus hallazgos.
7. Usa una tabla de números aleatorios o una calculadora con un generador de números aleatorios para obtener diez números aleatorios diferentes del 001 al 268.

8. Usa los números aleatorios que se encuentran en el Ejercicio 7 como números de identificación de las palabras que componen la muestra aleatoria de palabras del Discurso de Gettysburg. Haz una lista de las diez palabras en tu muestra.
9. Cuenta el número de letras de cada una de las diez palabras en tu muestra.
10. Calcula la media muestral del número de letras de las diez palabras en tu muestra.
11. Calcula la desviación estándar de la muestra de la cantidad de letras de las diez palabras en tu muestra. Redondea tus respuestas a tres cifras decimales.
12. Utiliza la desviación estándar de la muestra del Ejercicio 11 para calcular el margen de error asociado con el uso de tu media muestral como una estimación de la media poblacional. Redondea tus respuestas a tres cifras decimales.
13. Escribe un par de frases que describan lo que has aprendido acerca de la media de la longitud de la población de 268 palabras en el Discurso de Gettysburg. Asegúrate de incluir una interpretación del margen de error.

Resumen de la Lección

- Cuando se utiliza la media muestral para estimar la media poblacional, es importante saber que tan precisa esta estimación podría ser.
- La precisión puede ser descrita por el margen de error.
- El margen de error puede ser estimado a partir de los datos de una sola muestra aleatoria (sin la necesidad de crear una distribución muestral simulada) mediante el uso de la fórmula $2\left(\frac{s}{\sqrt{n}}\right)$, donde s es la desviación estándar de una sola muestra, y n es el tamaño de la muestra.

Conjunto de Problemas

- Una nueva marca de perros calientes dice tener un contenido de sodio inferior a la marca líder.
 - Una muestra aleatoria de diez de estos nuevos perros calientes se traduce en las siguientes mediciones de sodio (mg):

$$370 \ 326 \ 322 \ 297 \ 326 \ 289 \ 293 \ 264 \ 327 \ 331.$$

Estima la media poblacional del contenido de sodio de esta nueva marca de perros calientes basándote en las diez mediciones de las muestras.
 - Calcula el margen de error asociado con tu estimación de la media poblacional de la parte (a). Redondea tus respuestas a tres cifras decimales.
 - La media del contenido de sodio de la marca líder de perros calientes es conocido por ser 350 mg. Basándote en la media muestral y el valor del margen de error para la nueva marca, ¿la media del contenido de sodio de 350 mg es un valor plausible para la media del contenido de sodio de la nueva marca? Comenta si crees que la nueva marca de perros calientes tiene un contenido de sodio menor en promedio que la marca líder.
 - Se toma otra muestra aleatoria de 40 perros calientes de la nueva marca. ¿Esta muestra más grande de perros calientes debería producir una estimación más precisa de la media poblacional del contenido de sodio de la muestra del tamaño de 10? Explica tu respuesta recurriendo a la fórmula del margen de error.
- Es bien sabido que los astronautas aumentan su estatura en misiones espaciales debido a la falta de gravedad. La pregunta es si aumentamos nuestra estatura aquí en la Tierra cuando nos ponemos en una situación en la que se reduce al mínimo el efecto de la gravedad. En particular, ¿las personas aumentan de estatura cuando están confinadas en una cama? Se realizó un estudio en el que se tomaron las estaturas de seis hombres antes y después de que estuvieran confinados en una la cama durante tres días completos.
 - Las diferencias antes y después en las mediciones de las estaturas (mm) para los seis hombres fueron:

$$12,6 \ 14,4 \ 14,7 \ 14,5 \ 15,2 \ 13,5.$$

Suponiendo que los hombres en este estudio son representativos de la población de todos los hombres, ¿cuál es la estimación de la media poblacional que aumenta de estatura después de tres días completos en la cama?
 - Calcula el margen de error asociado con tu estimación de la media poblacional de la parte (a). Redondea tus respuestas a tres cifras decimales.
 - Basándote en tu media muestral y el margen de error de las partes (a) y (b), ¿cuáles son los valores plausibles para la media poblacional del incremento de estatura para todos los hombres que se quedan en la cama durante tres días completos?