

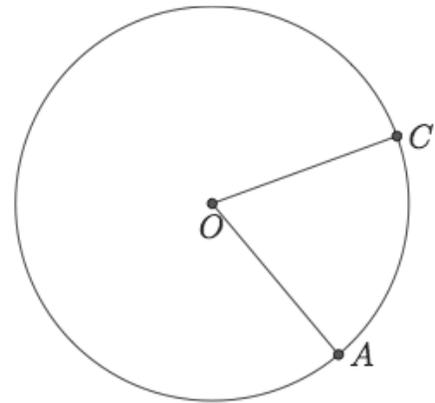
Lección 5: Teorema del ángulo inscrito y sus aplicaciones

Trabajo en clase

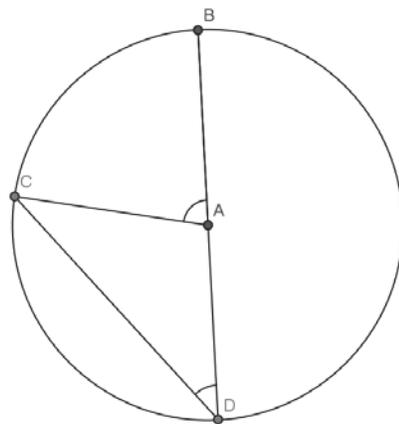
Ejercicio inicial

- A y C son puntos de un círculo con centro O .

 - Dibuja un punto B sobre el círculo de forma que \overline{AB} sea el diámetro. Después dibuja el ángulo $\angle ABC$.
 - ¿Qué ángulo de tu diagrama es un ángulo inscrito?
 - ¿Qué ángulo en tu diagrama es un ángulo central?
 - ¿Cuál es el arco interceptado del ángulo $\angle ABC$?
 - ¿Cuál es el arco interceptado del ángulo $\angle AOC$?

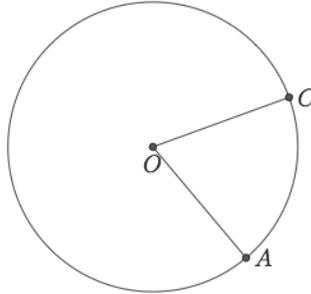


- La medida del ángulo inscrito es x y la medida del ángulo central es y . Encuentra $m\angle CAB$ en términos de x .



Ejemplo 1

A y C son puntos de un círculo con centro O .

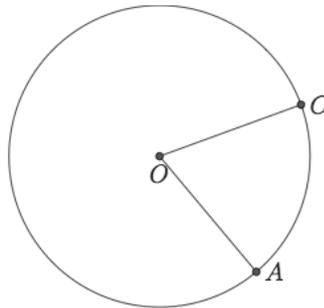


- ¿Cuál es el arco interceptado del ángulo $\angle COA$? Coloréalo de color rojo.
- Dibuja el triángulo AOC . ¿Qué tipo de triángulo es? ¿Por qué?
- ¿Qué se puede concluir sobre $m\angle OCA$ y $m\angle OAC$? ¿Por qué?
- Dibuja un punto B en el círculo de forma que O esté en el interior del ángulo inscrito $\angle ABC$.
- ¿Cuál es el arco interceptado del ángulo $\angle ABC$? Coloréalo de color verde.
- ¿Qué notas sobre el arco \widehat{AC} ?

- g. Establezcamos que la medida de $\angle ABC$ es x y que la medida de $\angle AOC$ es y . ¿Puedes demostrar que $y = 2x$? (Pista: Dibuja el diámetro que contiene el punto B).
- h. ¿Tu conclusión fundamenta el teorema del ángulo inscrito?
- i. Si combinamos el Ejercicio inicial y esta demostración, ¿habremos terminado de demostrar el teorema del ángulo inscrito?

Ejemplo 2

A y C son puntos de un círculo con centro O .



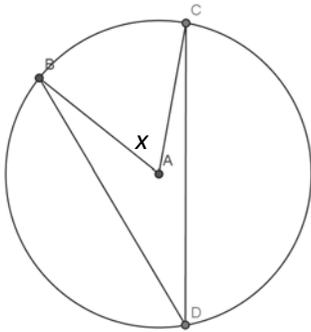
- a. Dibuja un punto B en el círculo de forma que O esté en el exterior del ángulo inscrito $\angle ABC$.
- b. ¿Cuál es el arco intersectado del ángulo $\angle ABC$? Coloréalo de color amarillo.
- c. Establezcamos que la medida de $\angle ABC$ es x , y que la medida de $\angle AOC$ es y . ¿Puedes demostrar que $y = 2x$? (Pista: Dibuja el diámetro que contiene el punto B).

- d. ¿Tu conclusión fundamenta el teorema del ángulo inscrito?
- e. ¿Hemos terminado de demostrar el teorema del ángulo inscrito?

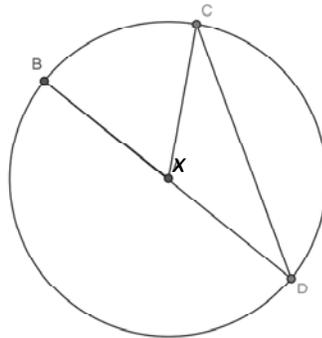
Ejercicios 1–5

1. Determina la medida del ángulo x .

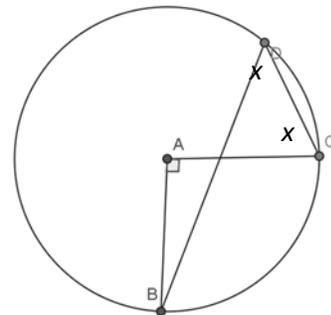
a. $m\angle D = 25^\circ$



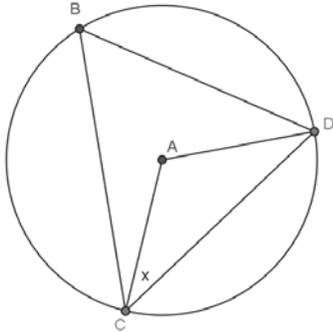
b. $m\angle D = 15^\circ$



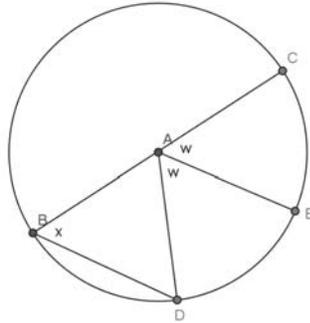
c. $m\angle BAC = 90^\circ$



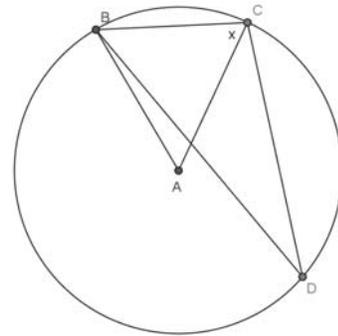
d. $m\angle B = 32^\circ$



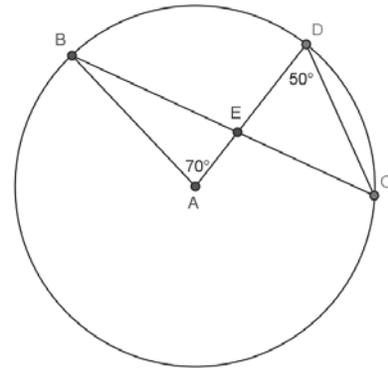
e.



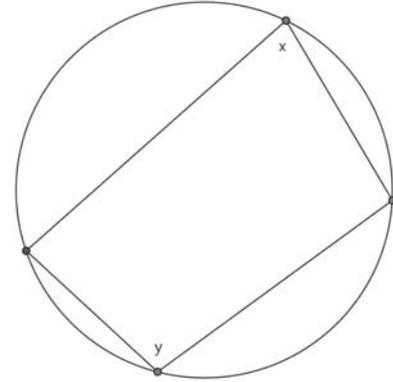
f. $m\angle D = 19^\circ$



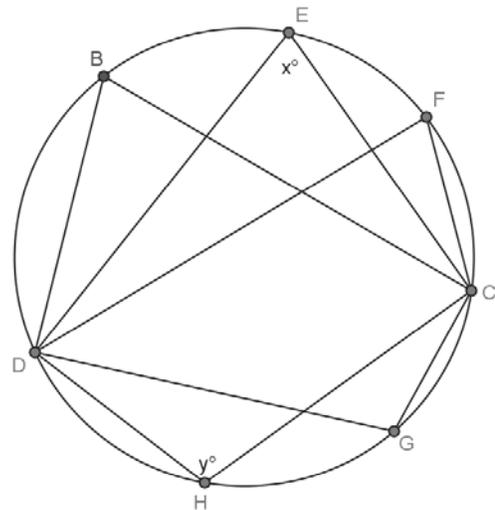
2. Toby dice que $\triangle BEA$ es un ángulo recto porque $m\angle BEA = 90^\circ$. ¿Está en lo correcto? Justifica tu respuesta.



3. Veamos las relaciones entre los ángulos inscritos.
- a. Examina el siguiente polígono inscrito. Expresa x en términos de y y y en términos de x . ¿Los ángulos opuestos de cualquier cuadrilátero inscrito en un círculo son suplementarios? Explica tu respuesta.

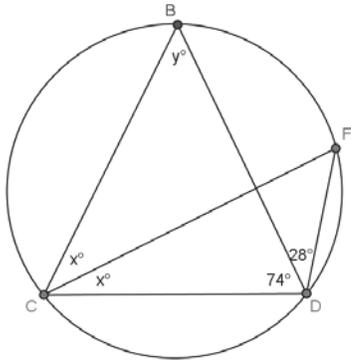


- b. Examina el siguiente diagrama. ¿Cuántos ángulos miden lo mismo y cuáles son sus medidas en términos de x ?

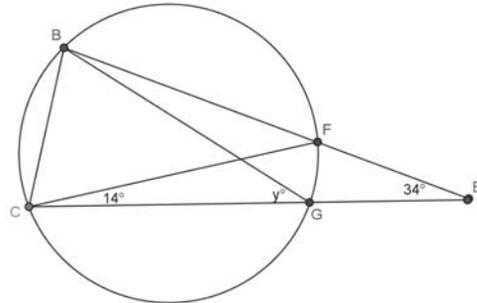


4. Encuentra las medidas de los ángulos etiquetados.

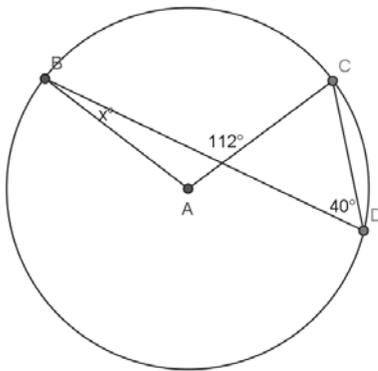
a.



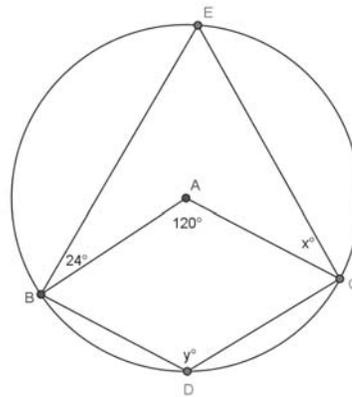
b.



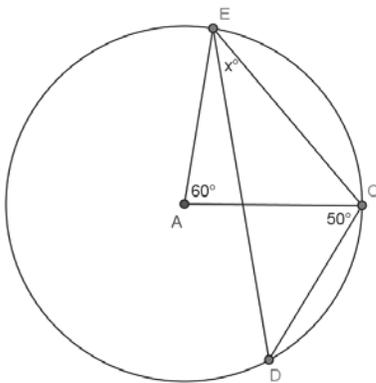
c.



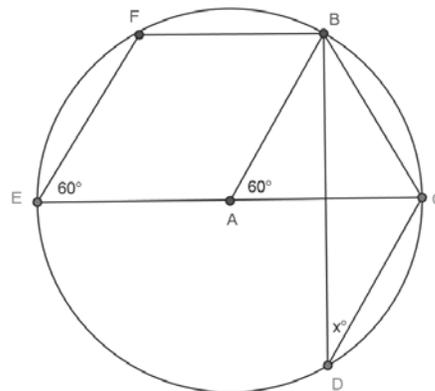
d.



e.



f.



Resumen de la lección

TEOREMAS:

- **EL TEOREMA DEL ÁNGULO INSCRITO:** La medida de un ángulo central es el doble de la medida de cualquier ángulo inscrito que intersecte el mismo arco que el ángulo central.
- **CONSECUENCIA DEL TEOREMA DEL ÁNGULO INSCRITO:** Los ángulos inscritos que intersectan el mismo arco tienen la misma medida.

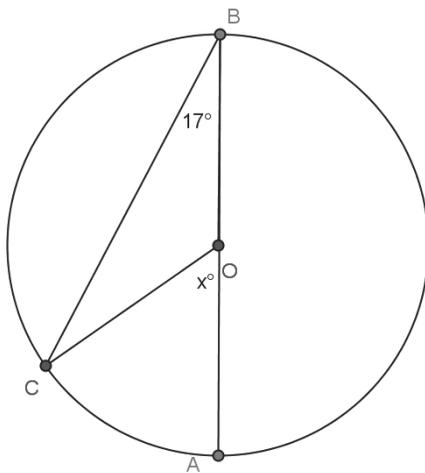
Vocabulario relevante

- **ÁNGULO INSCRITO:** Un *ángulo inscrito* es aquel cuyo vértice está sobre una circunferencia, y cada lado del ángulo intersecta al círculo en otro punto.
- **ARCO INTERSECTADO:** Un ángulo *intersecta* un arco si los extremos del arco están sobre el ángulo, todos los demás puntos del arco están en el interior del ángulo, y cada lado del ángulo contiene un extremo del arco. Un ángulo inscrito en un círculo intersecta exactamente un arco, particularmente, el arco intersectado por un ángulo recto es el semicírculo en el interior del ángulo.

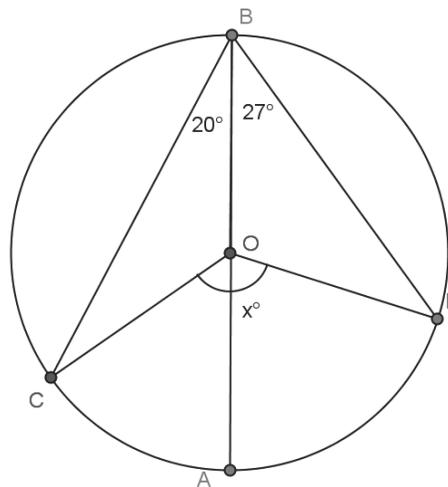
Conjunto de problemas

Encuentra el valor de x en cada ejercicio.

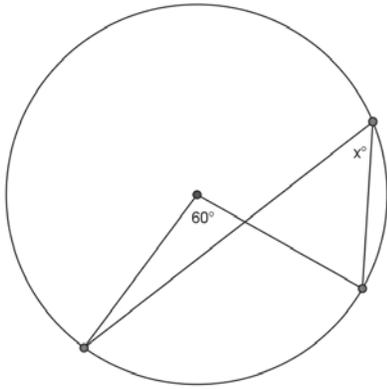
1.



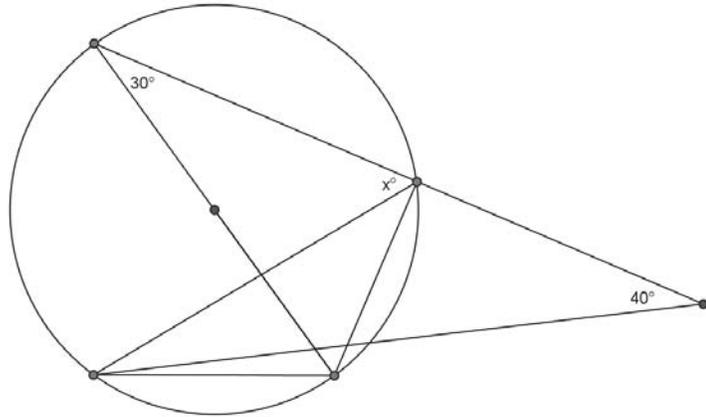
2.



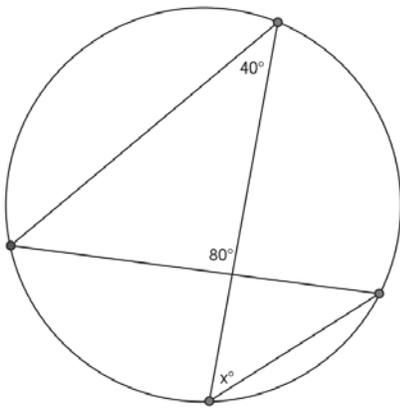
3.



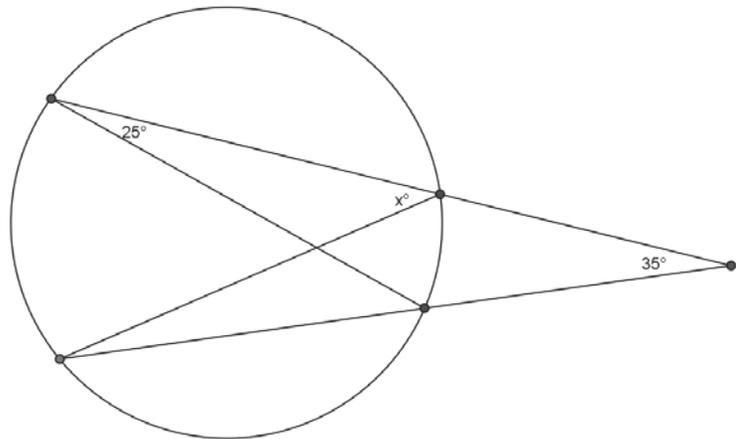
4.



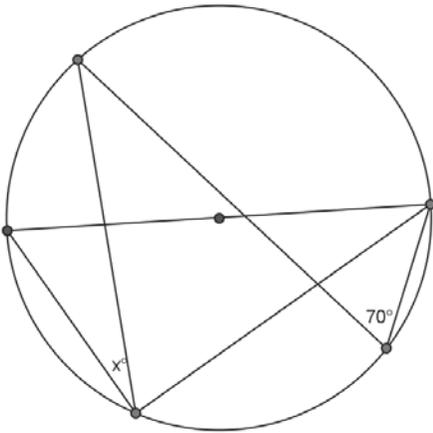
5.



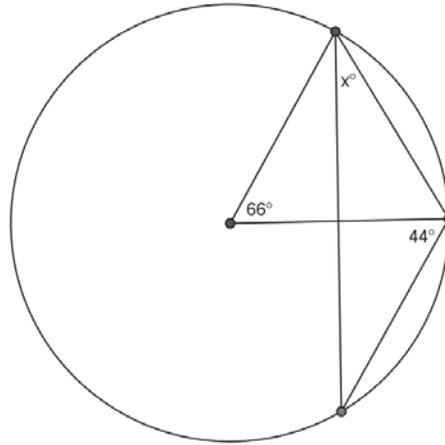
6.



7.

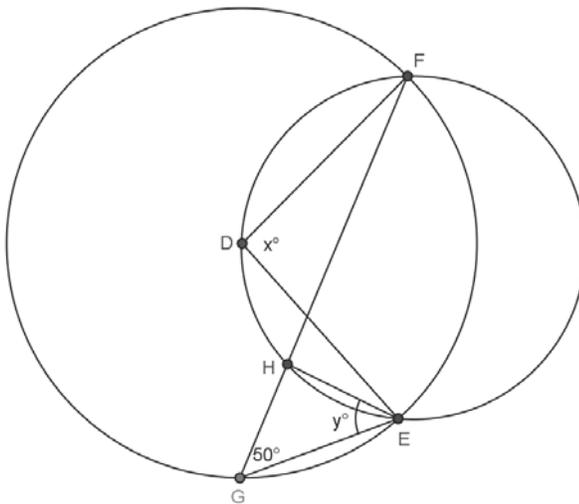


8.



9.

- a. Los dos círculos que se muestran se intersectan en E y F . El centro del círculo más grande, D , está sobre la circunferencia del círculo más pequeño. Si una cuerda del círculo más grande, \overline{FG} , corta al círculo más pequeño en H , encuentra x y y .



- b. ¿Cómo este problema confirma el teorema del ángulo inscrito?

10. En la siguiente figura, \overline{ED} y \overline{BC} se intersectan en el punto E.

Demuestra: $m\angle DAB + m\angle EAC = 2(m\angle BFD)$

COMPLETA LA DEMOSTRACIÓN: Une \overline{BE} .

$$m\angle BED = \frac{1}{2}(m\angle \underline{\hspace{2cm}})$$

$$m\angle EBC = \frac{1}{2}(m\angle \underline{\hspace{2cm}})$$

En $\triangle EBF$,

$$m\angle BEF + m\angle EBF = m\angle \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{1}{2}(m\angle \underline{\hspace{2cm}}) + \frac{1}{2}(m\angle \underline{\hspace{2cm}}) = m\angle \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\therefore m\angle DAB + m\angle EAC = 2(m\angle BFD)$$

